Meccanica dei Fluidi con Fondamenti di Ingegneria Chimica
Prova in Itinere – Soluzioni
23 Novembre 2012

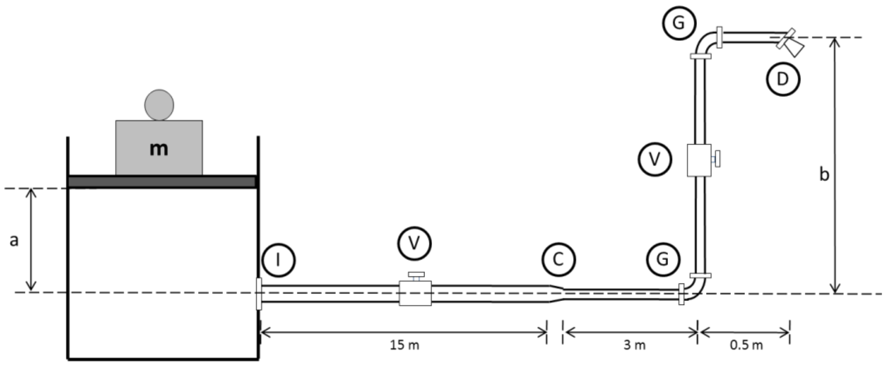
Esercizio – Tubazione scabra in ghisa

Si consideri la tubazione in ghisa (indice di scabrezza *ε=0.10 mm*) disegnata in figura, lungo la quale scorre dell'acqua alla temperatura di 20°C (*ρ=1000 kg/m³*, *μ=1.307 cP*). La tubazione parte da un serbatoio a base circolare con diametro interno *D=2 m*, chiuso superiormente con un disco (di massa trascurabile), su cui è posta una massa *m*. Il primo tratto di tubazione (dalla sezione di ingresso I fino al convergente C) ha un diametro interno pari a d_1*=15 mm*. Il secondo tratto, dal convergente C alla sezione di uscita, ha invece un diametro interno di d_2*=10 mm*. Lungo la tubazione sono presenti due valvole a sfera completamente aperte (V), due gomiti a 90° (G), il convergente (C) e il diffusore della doccia (D), che costituiscono delle perdite di carico localizzate (oltre a quelle di imbocco).

Si chiede di determinare la massa *m* dell'oggetto posto sul disco in grado di garantire una portata di acqua uscente dalla doccia pari a *Q=20 l/min (Tema A) oppure Q=30 l/min (Tema D)*, tenendo conto sia delle perdite di carico distribuite, che di quelle localizzate. Si assumano i seguenti valori per le distanze a e b misurate rispetto all'asse del tratto orizzontale della tubazione: *a=1 m*, *b=2 m*.

Si calcolino le perdite di carico distribuite con la seguente correlazione:

$\frac{1}{\sqrt{f}} = -3.6\log_{10}\left(\frac{6.9}{\text{Re}} + \left(\frac{\varepsilon / D}{3.7}\right)^{10/9}\right)$ Tema A	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -4\log_{10}\left(\frac{5.8}{\text{Re}^{0.9}} + \frac{1}{3.71}\frac{\varepsilon}{D}\right)$ Tema D



Perdite di carico concentrate				
Convergente	***Gomito***	***Valvola a sfera***	***Diffusore doccia***	***Imbocco***
$\frac{\Delta p}{\gamma} = 0.07\frac{v^2}{2g}$ *v è la velocità nel 2° tratto*	$\frac{\Delta p}{\gamma} = 0.90\frac{v^2}{2g}$	$\frac{\Delta p}{\gamma} = 10\frac{v^2}{2g}$	$\frac{\Delta p}{\gamma} = 12\frac{v^2}{2g}$	$\frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{1}{2}\frac{v^2}{2g}$

Soluzione

Nota la portata, è possibile calcolare immediatamente la velocità nel secondo tratto, il corrispondente numero di Reynolds e quindi il fattore di attrito:

$$v_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{4Q}{\pi d_2^2} \tag{1}$$

$$\text{Re}_2 = \frac{\rho v_2 d_2}{\mu} \tag{2}$$

$$f_2 = \left[-3.6\log_{10}\left(\frac{6.9}{\text{Re}} + \left(\frac{\varepsilon / D}{3.7}\right)^{10/9}\right)\right]^{-2} \quad \text{tema A} \tag{3}$$

$$f_2 = \left(-4\log_{10}\left(\frac{5.8}{\mathrm{Re}^{0.9}} + \frac{1}{3.71}\frac{\varepsilon}{D} \right) \right)^{-2}$$

Grazie all'equazione di continuità, si calcola immediatamente anche la velocità nel primo tratto e di conseguenza il numero di Re e il fattore di attrito:

$$v_1 = v_2 \frac{d_2^2}{d_1^2} \tag{4}$$

Scriviamo quindi l'equazione di Bernoulli tra un punto in corrispondenza del disco di chiusura e lo sbocco dalla doccia:

$$\frac{mg}{A_S\gamma} + a = b + \frac{v_2^2}{2g} + \overline{\Delta H}_1^{conc} + \overline{\Delta H}_2^{conc} + \overline{\Delta H}_1^{dist} + \overline{\Delta H}_2^{dist} \tag{5}$$

$$\frac{4g}{\pi D^2\gamma} m = b - a + \frac{v_2^2}{2g} + \frac{v_1^2}{2g}\left(K_1^{conc} + 4 f_1 \frac{L_1}{d_1} \right) + \frac{v_2^2}{2g}\left(K_2^{conc} + 4 f_2 \frac{L_2}{d_2} \right) \tag{6}$$

Da qui si ricava facilmente la massa richiesta:

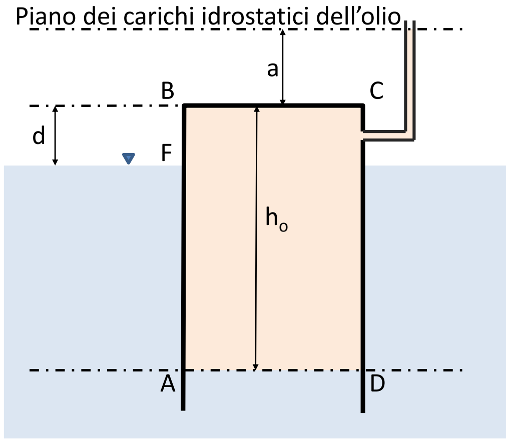
$$m = \left\{ (b-a) + \frac{v_1^2}{2g}\left(K_1^{conc} + 4 f_1 \frac{L_1}{d_1} \right) + \frac{v_2^2}{2g}\left(1 + K_2^{conc} + 4 f_2 \frac{L_2}{d_2} \right) \right\} \frac{\pi D^2 \gamma}{4g} \tag{7}$$

Esercizio – Serbatoio metallico a campana

In un bacino di acqua (densità r_a = *1000 kg/m³*) galleggia un serbatoio metallico a campana contenente olio (densità r_o = *734 kg/m³*), per un'altezza h_o. Olio e acqua sono a contatto lungo un piano orizzontale *AD*. Il serbatoio ha pianta quadrata di lato *L=7 m* e peso complessivo P_s*=490000 N*. Il serbatoio emerge dall'acqua di un'altezza *d=1 m*.

Assumendo di poter trascurare lo spessore delle pareti del serbatoio, calcolare:

1. La distanza *a* del piano dei carichi idrostatici dell'olio dalla cima del serbatoio.
2. L'altezza dell'olio (h_o) contenuta nel serbatoio
3. Le spinte che acqua e olio esercitano sulle due facce della parete *AB* del serbatoio.
4. L'altezza dell'olio quando l'emersione del serbatoio diviene *d= 2 m*.



Soluzione

a. Il piano dei carichi idrostatici è determinato dall'equilibrio tra il peso del serbatoio e la spinta S1 che l'olio esercita sul piano superiore della campana (BC):

$$P_S = p_{top} A_S = a\gamma_o L^2 \tag{8}$$

$$a = \frac{P_S}{\gamma_o L^2} \tag{9}$$

b. Sul piano AD olio e acqua esercitano la stessa pressione p2. Uguagliando le pressioni come affondamenti sotto i rispettivi piani idrostatici:

$$\left(h_o - d\right)\gamma_a = \left(h_o + a\right)\gamma_o \tag{10}$$

$$h_o = \frac{\gamma_a d + \gamma_o a}{\gamma_a - \gamma_o} \tag{11}$$

c. Le spinte si ricavano dalla pressione nei baricentri:

$$p_a^{bar} = \gamma_a \frac{h_o - d}{2} \tag{12}$$

$$S_a = p_a^{bar} A = p_a^{bar} L\left(h_o - d\right) \tag{13}$$

$$p_o^{bar} = \gamma_o \left(\frac{h_o}{2} + a\right) \tag{14}$$

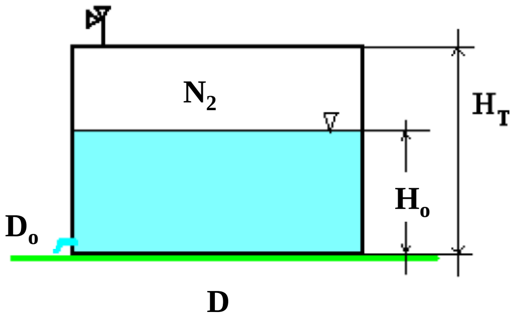
$$S_o = p_o^{bar} A = p_o^{bar} L h_o \tag{15}$$

d. l'aumento dell'emersione della campana è accompagnato da un abbassamento del piano di contatto tra olio e acqua :

$$h_o = \frac{\gamma_a d + \gamma_o a}{\gamma_a - \gamma_o} \tag{16}$$

Esercizio – Svuotamento di un serbatoio cilindrico

Un serbatoio cilindrico verticale adibito allo stoccaggio di gasolio ha le seguenti dimensioni: diametro *D = 15 m*, altezza $H_T = 10\ m$. In un certo momento è riempito di gasolio fino all'altezza di $H_o = 6\ m$ ($\rho_G = 850\ kg/m^3$). La zona sovrastante del serbatoio è riempita con un gas ideale (azoto) a pressione atmosferica.
Sul tetto del serbatoio si trova una valvola di collegamento con l'atmosfera, inizialmente aperta e che poi viene chiusa.
Al tempo *0* che si considera come iniziale, un automezzo in manovra urta la base del serbatoio producendo un foro corrispondente ad un diametro *Do = 0.2 m* da cui comincia a fuoriuscire il liquido contenuto. Si considera che dal serbatoio nulla viene immesso e nulla estratto.
Si calcoli la velocità, la portata e il tempo di uscita del liquido dal foro in funzione dei parametri significativi, per le 2 ipotesi di valvola sul tetto aperta all'atmosfera (caso 1) o chiusa (caso 2).



Nel caso 2 si consideri lo svuotamento del serbatoio fino ad un'altezza pari a $H_f = 4.5\ m$. A che altezza finale del gasolio la velocità di fuoriuscita si azzera?

Dati supplementari

- Coefficiente di contrazione di vena $C_c = 0.61$ [-]
- Massa molare di N_2 $PM_{N2} = 28\ kg/kmol$

Si ricorda che per un gas perfetto soggetto a trasformazione isoterma vale ovviamente la relazione: *pV = cost*

Soluzione

La portata in uscita dal serbatoio può essere determinata dall'equazione di Bernoulli tra un punto sul pelo libero del liquido nel serbatoio e un punto sulla sezione del foro:

$$\frac{p(t)}{\gamma} + H(t) = \frac{p_{atm}}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} \tag{17}$$

$$v(t) = \sqrt{2g\left[\frac{p(t) - p_{atm}}{\gamma} + H(t)\right]} \tag{18}$$

$$Q(t) = C_C A_{foro} v(t) \tag{19}$$

Caso 1

Nel caso di valvola aperta, la *p(t)* è sempre pari alla pressione atmosferica e quindi:

$$v = \sqrt{2gH} \tag{20}$$

Ovviamente la velocità si annulla solo in corrispondenza di un'altezza nulla. Il bilancio di materia può quindi essere scritto:

$$\frac{dm}{dt} = \rho\frac{dV}{dt} = \rho A_S \frac{dH}{dt} = -\rho C_C A_{foro}\sqrt{2g}H^{1/2} \tag{21}$$

$$\frac{dH}{dt} = -\frac{C_C A_{foro}\sqrt{2g}}{A_S}H^{1/2} = -\alpha H^{1/2} \tag{22}$$

L'integrazione può essere fatta con la separazione delle variabili:

$$t = -\frac{\int_{H_0}^{H_f} H^{-1/2}dH}{\alpha} = \frac{2}{\alpha}\left(H_0^{1/2} - H_f^{1/2}\right) \tag{23}$$

In particolare, il tempo per svuotare completamente il serbatoio è dato da:

$$t = \frac{2A_S H_0^{1/2}}{C_C A_{foro}\sqrt{2g}} = \frac{2A_S H_0}{C_C A_{foro} v_0} = \frac{2V_0}{Q_0} \tag{24}$$

Caso 2

Nel caso di valvola aperta, la *p(t)* è funzione dell'altezza:

$$p(t) A_S \left(H_T - H(t)\right) = p_{atm} A_S \left(H_T - H_0\right) \tag{25}$$

$$\frac{p(t)}{p_{atm}} = \frac{H_T - H_0}{H_T - H(t)} \tag{26}$$

Quindi la velocità:

$$v(t) = \sqrt{2g\left[\frac{p(t) - p_{atm}}{\gamma} + H(t)\right]} = \sqrt{2g\left[H(t) - \frac{p_{atm}}{\gamma}\frac{H_0 - H(t)}{H_T - H(t)}\right]} \tag{27}$$

Possiamo subito stimare in corrispondenza di quale altezza la velocità si annulla:

$$H - \frac{p_{atm}}{\gamma}\frac{H_0 - H}{H_T - H} = 0 \tag{28}$$

$$H^2 - \left(H_T + \frac{p_{atm}}{\gamma}\right)H + \frac{p_{atm} H_0}{\gamma} = 0 \tag{29}$$

Con la valvola chiusa non è dunque possibile svuotare completamente il serbatoio.
Per trovare il tempo necessario per passare dall'altezza H0 all'altezza Hf bisognerebbe integrare un'equazione differenziale piuttosto complessa. Dal momento che l'abbassamento del liquido nel serbatoio è piccolo, possiamo stimare più semplicemente una velocità media di svuotamento, tra le condizioni iniziali e quelle finali:

$$v_0 = \sqrt{2gH_0} \tag{30}$$

$$p_f = \frac{H_T - H_0}{H_T - H_f} p_{atm} \tag{31}$$

$$v_f = \sqrt{2g\left[\frac{p_f - p_{atm}}{\gamma} + H_f\right]} \tag{32}$$

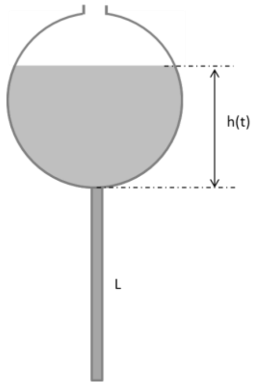
$$\bar{v} = \frac{v_0 + v_f}{2} \tag{33}$$

Quindi il tempo richiesto per passare da H0 a Hf è stimabile in maniera approssimata come:

$$t = \frac{V_0 - V_f}{\bar{Q}} = \frac{A_S\left(H_0 - H_f\right)}{C_C A_{foro}\bar{v}} \tag{34}$$

Esercizio – Svuotamento di un serbatoio sferico

Si consideri il serbatoio sferico di raggio interno *R=25 cm*, dotato di un tubo di scarico verticale di lunghezza *L=2 m* e diametro interno *d=8 mm*. Il serbatoio è dotato di un foro sulla parte superiore, come in Figura. Al tempo *t=0* sia il serbatoio, che la tubazione di scarico sono completamente riempiti con un olio di densità *ρ=0.8 g/cm³* e viscosità *μ=8 cP*. Si chiede di determinare il tempo necessario perché il serbatoio sferico si scarichi completamente. Si trascuri il tempo necessario per scaricare l'olio contenuto nella tubazione (ovvero si richiede il tempo perché l'altezza di liquido *h(t)* riportata in figura passi dal valore *h=2R* al valore *h=0*).



Si trascurino le perdite di carico concentrate (ma non quelle distribuite!) e per semplicità si trascuri anche il contributo cinetico del trinomio Bernoulli in corrispondenza della sezione di uscita della tubazione.

Si tenga conto che il volume di liquido contenuto nella sfera di raggio R in corrispondenza di un'altezza h misurata come in figura è dato dalla seguente espressione:

$$V = \pi R h^2\left(1-\frac{h}{3R}\right)$$

Soluzione

Bilancio di materia:

$$\frac{dm}{dt} = -\rho A v = -\rho\frac{\pi D^2}{4}v \tag{35}$$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\rho\pi R h^2\left(1-\frac{h}{3R}\right)\right) = \rho\pi R\frac{d}{dt}\left(h^2-\frac{h^3}{3R}\right) = \rho\pi h\left(2R-h\right)\frac{dh}{dt} \tag{36}$$

Equazione di Bernoulli per calcolare la velocità in funzione del livello di liquido:

$$h+L = 4f\frac{L}{D}\frac{v^2}{2g} = 4\frac{16\mu}{\rho v D}\frac{L}{D}\frac{v^2}{2g} = \frac{32\mu}{\gamma}\frac{L}{D^2}v \tag{37}$$

$$v = \frac{h+L}{\dfrac{32\mu}{\gamma}\dfrac{L}{D^2}} = \frac{\gamma D^2}{32\mu L}\left(h+L\right) \tag{38}$$

Combinazione delle due equazioni:

$$\rho\pi h\left(2R-h\right)\frac{dh}{dt} = -\rho\frac{\pi D^2}{4}\frac{\gamma D^2}{32\mu L}\left(h+L\right) \tag{39}$$

$$\frac{h\left(2R-h\right)}{h+L}\frac{dh}{dt} = -\frac{\gamma D^4}{128\mu L} = -\psi \tag{40}$$

$$\frac{h\left(2R-h\right)}{h+L}\frac{dh}{dt} = -\psi \quad \text{con } \psi = \frac{\gamma D^4}{128\mu L} \tag{41}$$

L'integrale può essere risolto con la separazione delle variabili. Può essere conveniente anche introdurre un cambiamento di variabile:

$$H = h+L \qquad \frac{dH}{dt} = \frac{dh}{dt} \qquad h = H-L \tag{42}$$

$$\frac{\left(H-L\right)\left(2R-H+L\right)}{H}\frac{dH}{dt} = -\psi \tag{43}$$

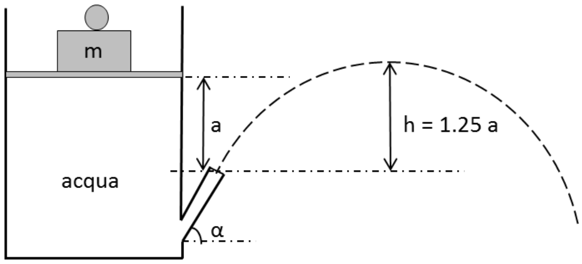
La soluzione risulta essere la seguente:

$$\int_{2R+L}^{L}\left(2(R+L)-H-\frac{\left(2LR+L^2\right)}{H}\right)dH=-\psi t \qquad (44)$$

$$t=\frac{L^2}{\psi}\left[2\frac{R}{L}\left(1+\frac{R}{L}\right)-\left(1+2\frac{R}{L}\right)\ln\left(1+2\frac{R}{L}\right)\right] \qquad (45)$$

Esercizio – Getto inclinato da un serbatoio

Si consideri il serbatoio a base quadrata (lato interno *b=1 m*) disegnato in Figura e dotato di una tubazione liscia di diametro interno *d=10 mm* e lunghezza *L=50 cm*, inclinata di un angolo *α=60°* rispetto all'orizzontale. Il serbatoio è chiuso superiormente con una lastra quadrata di massa *trascurabile* delle stesse dimensioni della sezione di questo, su cui è posto un oggetto di massa *m*. La sezione di uscita della tubazione è ad una distanza *a=2 m* dalla lastra.



Sapendo che il liquido contenuto all'interno del serbatoio è acqua (*ρ=1 g/cm3*, *μ=1 cP*). Si chiede di determinare quale deve essere il valore minimo della massa *m* perché il getto uscente dalla tubazione raggiunga almeno una quota *h=1.25·a*, secondo quanto disegnato in Figura. Si trascuri completamente la resistenza del getto con l'aria atmosferica. Si considerino invece opportunamente sia le perdite di carico distribuite lungo la tubazione *L*, che le perdite di carico concentrate.

Perdite di carico		
Fattore di attrito	***Sbocco***	***Imbocco***
$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4\log_{10}\left(\mathrm{Re}\sqrt{f}\right) - 0.40$ tema B $\frac{1}{\sqrt{f}} = -4\log_{10}\left(\frac{1.255}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right)$ tema C	$\frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{v^2}{2g}$	$\frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{1}{2}\frac{v^2}{2g}$

Soluzione

Prima di tutto si determini la velocità che il getto deve possedere per poter raggiungere la quota richiesta:

$$\frac{v_{out}^2}{2g} = \frac{\left(v_{out}\cos\alpha\right)^2}{2g} + h \tag{46}$$

$$v_{out} = \sqrt{\frac{2gh}{1-\cos^2(\alpha)}} \tag{47}$$

Utilizzando i dati riportati nel testo dell'esercizio è possibile verificare che il moto è completamente turbolento. Possiamo quindi stimare il fattore di attrito, utilizzando una procedura iterativa:

$$f^{(n)} = \frac{1}{\left(4\log_{10}\left(\mathrm{Re}\sqrt{f^{(n-1)}}\right) - 0.40\right)^2} \tag{48}$$

Le perdite di carico complessive risultano dunque essere:

$$\overline{\Delta H} = 4f\frac{L}{d}\frac{v_{out}^2}{2g} + \overline{\Delta H}_{imb} + \overline{\Delta H}_{sb} = \frac{v_{out}^2}{2g}\left[4f\frac{L}{d} + 1 + \frac{1}{2}\right] = \frac{v_{out}^2}{2g}\left[4f\frac{L}{d} + \frac{3}{2}\right] \tag{49}$$

Possiamo quindi scrivere l'equazione di Bernoulli tra un punto a contatto con la lastra e un punto sulla sezione di uscita:

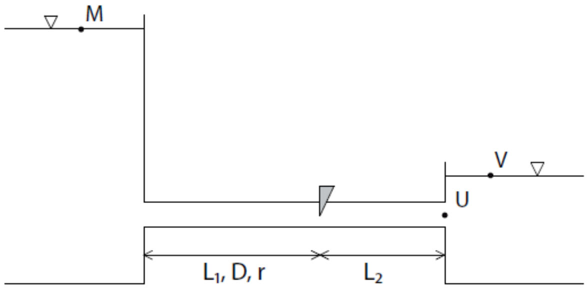
$$\frac{mg}{b^2\gamma} + a = \frac{v_{out}^2}{2g} + \overline{\Delta H} = \frac{v_{out}^2}{2g} + \frac{v_{out}^2}{2g}\left[4f\frac{L}{d} + \frac{3}{2}\right] = \frac{v_{out}^2}{2g}\left[4f\frac{L}{d} + \frac{5}{2}\right] \tag{50}$$

Dunque la massa richiesta è pari a:

$$m = \left\{\frac{v_{out}^2}{2g}\left[4f\frac{L}{d} + \frac{5}{2}\right] - a\right\} b^2 \rho \tag{51}$$

Esercizio – Saracinesca

Due bacini d'acqua sono collegati per mezzo di una condotta, in cui è stata inserita una saracinesca, che riduce la sezione di passaggio della corrente di un fattore *k=0.2* (ovvero l'area ridotta a causa della presenza della saracinesca è pari al 20% dell'area della tubazione). La condotta liscia si apre a spigolo vivo nei due bacini.
Determinare il dislivello tra i peli liberi dei due serbatoi e tracciare la linea dei carichi totali e la piezometrica.
Sono noti: la geometria del sistema, le proprietà del fluido, il fattore k e la portata Q.
Le proprietà fisiche dell'acqua a 15°C sono assegnate (*ρ=1 g/cm3*, *μ=1 cP*).



Dati

$L_1 = 7$ m $L_2 = 3$ m
D = 50 mm
Q = 5 l/s
$C_c = 0.61$ (coefficiente di contrazione)

Perdite di carico			
Fattore di attrito	***Saracinesca***	***Sbocco***	***Imbocco***
$\frac{1}{\sqrt{f}} = -4\log_{10}\left(\frac{1.255}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right)$	$\frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{(v_c - v)^2}{2g}$ v_c = velocità nella sezione contratta	$\frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{v^2}{2g}$	$\frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{1}{2}\frac{v^2}{2g}$

Soluzione

Scriviamo l'equazione di Bernoulli tra i peli liberi dei due serbatoi:

$$z_M - z_V = \overline{\Delta H}_{imb} + \overline{\Delta H}_{dist,1} + \overline{\Delta H}_{sarac} + \overline{\Delta H}_{dist,2} + \overline{\Delta H}_{sb} \tag{52}$$

$$z_M - z_V = \frac{1}{2}\frac{v^2}{2g} + 4 f_1 \frac{L_1}{D}\frac{v^2}{2g} + \frac{(v_c - v)^2}{2g} + 4 f_2 \frac{L_2}{D}\frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{2g} \tag{53}$$

La velocità vc della sezione contratta è facilmente calcolabile sfruttando l'equazione di continuità:

$$v_C = \frac{Q}{A_C} = \frac{Q}{C_C A_{Sar}} = \frac{Q}{C_C kA} = \frac{1}{C_C k}\frac{Q}{A} = \frac{v}{C_C k} \tag{54}$$

L'equazione di Bernoulli diventa quindi più semplicemente:

$$z_M - z_V = \frac{v^2}{2g}\left[\frac{1}{2} + 4 f_1 \frac{L_1}{D} + f_2 \frac{L_2}{D} + 1\right] + \frac{v^2}{2g}\left(\frac{1 - C_C k}{C_C k}\right)^2 = \frac{v^2}{2g}\left[\frac{3}{2} + 4 f_1 \frac{L_1}{D} + f_2 \frac{L_2}{D} + \left(\frac{1 - C_C k}{C_C k}\right)^2\right] \tag{55}$$

Dal momento che i due tratti di tubazione hanno le stesse caratteristiche, anche i fattori di attrito saranno gli stessi. Quindi:

$$z_M - z_V = \frac{v^2}{2g}\left[\frac{3}{2} + 4 f \frac{L_1 + L_2}{D} + \left(\frac{1 - C_C k}{C_C k}\right)^2\right] \tag{56}$$

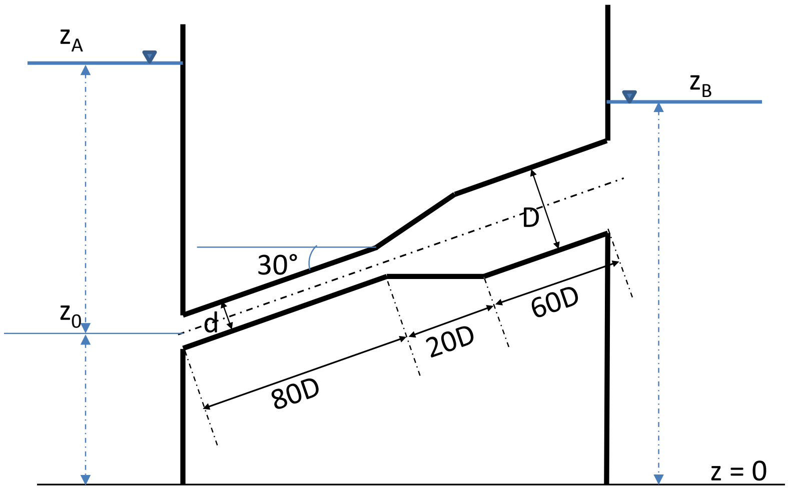
Il fattore di attrito è calcolabile dalla correlazione proposta, utilizzando un approccio iterativo:

$$f^{(n)} = \left[-4\log_{10}\left(\frac{1.255}{\mathrm{Re}\sqrt{f^{(n-1)}}}\right)\right]^{-2} \tag{57}$$

Una volta calcolato il fattore di attrito, si hanno tutte le informazioni per ottenere il dislivello richiesto (zM-zV).

Esercizio – Tubazione di collegamento tra due serbatoi

I due serbatoi in figura sono collegati da una condotta che ha diametro variabile (d = 20 cm; D = 35 cm). L'altezza dei peli liberi dei due serbatoi è rispettivamente z_A = 100 m e z_B = 70 m. La quota z_0 di partenza della condotta è pari a 20 m. La lunghezza della condotta è assegnata in figura. Considerando il liquido moto stazionario e perfetto (quindi trascurando tutte le perdite di carico), calcolare la portata che defluisce e tracciare la linea piezometrica, dopo averne calcolato i valori nei punti più significativi.



Soluzione

Teorema di Bernoulli tra un punto della superficie del serbatoio A e lo sbocco (pedice s) della condotta:

$$\frac{p_A}{\gamma} + \cancel{\frac{v_A^2}{2g}} + z_A = \frac{p_s}{\gamma} + \frac{v_s^2}{2g} + z_s$$

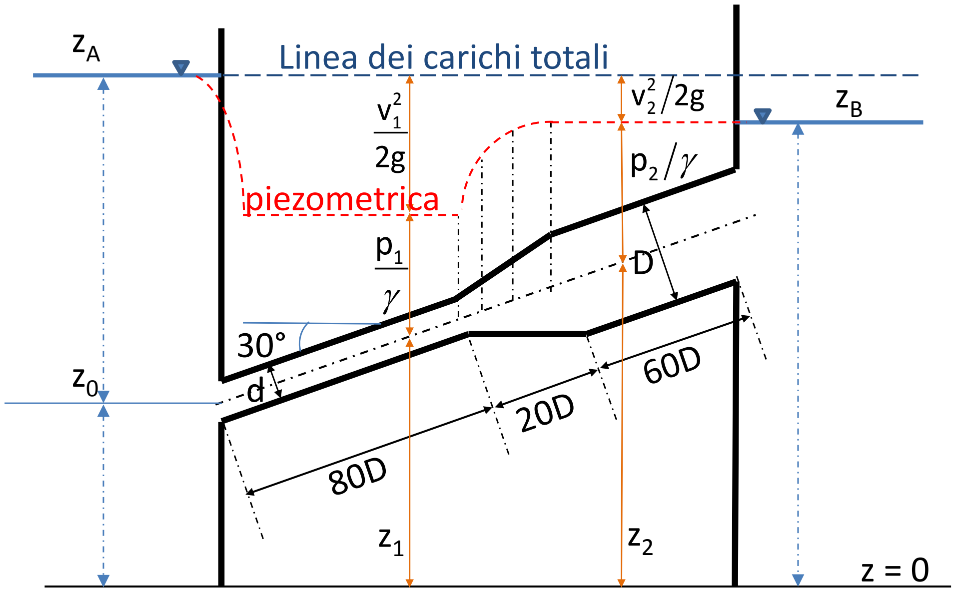
$$p_s = p_A + \gamma\left(z_B - z_s\right)$$

$$\Rightarrow \cancel{\frac{p_A}{\gamma}} + z_A = \cancel{\frac{p_A}{\gamma}} + \frac{\cancel{\gamma}\left(z_B - z_s\right)}{\cancel{\gamma}} + \frac{v_s^2}{2g} + z_s$$

$$\Rightarrow z_A = \frac{v_s^2}{2g} + z_B$$

$$\Rightarrow \dot{Q} = \frac{\pi D^2}{4}\sqrt{2g\left(z_A - z_B\right)}$$

La linea piezometrica si ottiene abbassando la linea dei carichi totali (orizzontale per il pelo libero del serbatoio A) delle altezze cinetiche .Nei tratti a diametro costante è quindi orizzontale anch'essa, mentre nel tratto a diametro variabile va tracciata per punti calcolando le altezze cinetiche in qualche punto. Non essendoci dissipazione, la piezometrica nella zona di sbocco coincide col pelo libero del serbatoio B.



z_A
Linea dei carichi totali
$\frac{v_1^2}{2g}$
$v_2^2/2g$
z_B
piezometrica
p_2/γ
$\frac{p_1}{\gamma}$
D
30°
d
z_0
60D
20D
80D
z_1
z_2
z = 0