Meccanica dei Fluidi con Fondamenti di Ingegneria Chimica
Trasporto di calore e materia
29 Febbraio 2016

Esercizio 1 – Stoccaggio elio

Si prenda in considerazione un contenitore sferico adibito allo stoccaggio di elio (PM=4 kg/kmol) con diametro interno D_p=20 cm e spessore pari a s_p=0.25 cm realizzato in un materiale polimerico permeabile all'elio, secondo un coefficiente di diffusione pari a Γ_p=10^{-10} m^2/s. Allo scopo di limitare le perdite di elio, il contenitore è rivestito con uno strato di isolante avente spessore pari a s_i=7.5 cm e diffusività pari a Γ_i=10^{-11} m^2/s.

1. Sapendo che il sistema è alla pressione atmosferica e alla temperatura di 298 K e che la frazione molare di elio nell'aria all'esterno del contenitore è pari a $5\cdot10^{-7}$, si chiede di determinare il tempo necessario perché la quantità di elio nel contenitore si abbassi di 1/1000 rispetto al valore iniziale.
2. Quale sarebbe il tempo se anziché un contenitore sferico, venisse invece adottato un contenitore cilindrico con altezza interna uguale al diametro interno e stessa superficie interna del contenitore sferico? Si assumano esattamente gli stessi valori per gli spessori del polimero e dell'isolante e per le loro diffusività.

Soluzione

La portata molare di elio uscente può essere stimata attraverso la legge di Fick, considerando le due resistenze in serie. E' però opportuno evitare l'assunzione di lastra piana, dal momento che lo spessore dello strato di isolante non è trascurabile rispetto al raggio del contenitore sferico. Dunque:

$$\dot{n} = \frac{\Delta C}{R_{tot}} = \frac{\Delta C}{R_p + R_i}$$

Dove le resistenze sono valutabili nel modo seguente:

$$R_p = \frac{\frac{1}{r_p} - \frac{1}{r_p + s_p}}{4\pi\Gamma_p} = 1.94E + 08$$

$$R_i = \frac{\frac{1}{r_p + s_p} - \frac{1}{r_p + s_p + s_i}}{4\pi\Gamma_i} = 3.28E + 10$$

La concentrazione di elio all'interno e all'esterno del contenitore può essere valutata con l'equazione di stato dei gas perfetti. Dal momento che stiamo studiando condizioni che portano ad un abbassamento della quantità (e quindi della concentrazione di elio) pari ad appena 1/1000, possiamo ritenere che durante il periodo di interesse la portata molare si mantenga costante e pari a quella calcolata in corrispondenza delle condizioni iniziali. Quindi, il tempo richiesto è dato semplicemente da:

$$t = \frac{\Delta n}{\dot{n}}$$
$$\Delta n = n^0 - n^{end} = 1.71E - 07\, mol$$
$$\dot{n} = 1.239E - 12\, {}^{mol}/_{s}$$
$$t = 1.38E + 05\, s$$

Nel caso del contenitore cilindrico, dopo averne determinato il diametro interno, si può procedere allo stesso modo. La differenza è data dal fatto che ci sono tre diverse superfici da considerare: la superficie laterale e le due di base (perfettamente equivalenti).

Il raggio di base del cilindro si individua con la seguente relazione:

$$\begin{cases} 4\pi R_{sfera}^2 = 2\pi R_{cil} H + 2\pi R_{cil}^2 \\ H = D_{cil} \end{cases}$$

Risolvendo questo sistema si ottiene Rcil = 0.0732 m

Quindi:

$$\dot{n} = \frac{\Delta C}{R_{p,lat} + R_{i,lat}} + 2\frac{\Delta C}{R_{p,base} + R_{i,base}} = \Delta C\left(\frac{1}{R_{p,lat} + R_{i,lat}} + \frac{2}{R_{p,base} + R_{i,base}}\right)$$

Le resistenze in gioco devono far riferimento a un guscio cilindrico e a due lastre piane. Quindi:

$$R_{p,lat} = \frac{ln\frac{r_p + s_p}{r_p}}{2\pi L\Gamma_p} = 2.672E + 08$$

$$R_{i,lat} = \frac{ln\frac{r_p + s_p + s_i}{r_p + s_p}}{2\pi L\Gamma_i} = 5.479E + 10$$

$$R_{p,base} = \frac{s_p}{\Gamma_p A_{base}} = 1.4848E + 09$$

$$R_{i,base} = \frac{s_i}{\Gamma_i A_{base}} = 4.4548E + 11$$

$$t = \frac{\Delta n}{\dot{n}}$$
$$t = 2.1E + 06\ s$$

Esercizio 2: Riscaldamento di una corrente d'aria
Un condotto d'aria fredda (μ=1.9·10-5 kg/m/s, k=0.026 W/m/K, Cp=1007 J/kg/K) in acciaio galvanizzato non isolato ha sezione quadrata di lato pari a a=37 cm. L'aria entra nel condotto a una temperatura di T_0=17 °C e una velocità v=1.7 m/s. La temperatura esterna è di T_{ext}=37 °C. Il coefficiente di scambio esterno, tenendo conto di convezione naturale e irraggiamento vale h_{ext}=5 W/m^2/K. Sapendo che la temperatura alla fine del condotto è di 21 °C, determinare la lunghezza del condotto. Per il calcolo del coefficiente di scambio interno si assuma l'equazione di Gnielinsky:

$$Nu = \frac{\frac{f}{8}\cdot\left(\mathrm{Re}-1000\right)\cdot \mathrm{Pr}}{1+2.7\cdot\sqrt{\frac{f}{8}}\cdot\left(\mathrm{Pr}^{\frac{2}{3}}-1\right)}$$

dove il fattore d'attrito può essere stimato da:

$$f = \frac{1}{\left(1.82\cdot\log_{10}\left(\mathrm{Re}\right)-1.64\right)^2}$$

Soluzione

Per la stima dei coefficienti di scambio all'interno del condotto si valuta una temperatura media tra ingresso e fine condotto:

$$\overline{T} = \frac{T_{in}+T_{end}}{2} = \frac{17+21}{2} = 19°C$$

ρ_{air}	$1.20\, kg/m^3$
Re	3.98E+04
Pr	7.36E-01
f	2.21E-02
Nu	8.09E+01
h_{int}	5.69 W/m^2/K

Dal bilancio energetico si ottiene che:

$$\dot{m}\cdot c_p\cdot\left(T_{out}-T_{in}\right) = U\cdot S\cdot\Delta T_{m\ln} \qquad (1)$$

$$\dot{m}\cdot c_p\cdot\left(T_{out}-T_{in}\right) = U\cdot S\cdot\frac{\left(T_{air}-T_{in}\right)-\left(T_{air}-T_{out}\right)}{\ln\left(\frac{T_{air}-T_{in}}{T_{air}-T_{out}}\right)}$$

$$\dot{m}\cdot c_p\cdot\left(T_{out}-T_{in}\right) = U\cdot S\cdot\frac{T_{air}-T_{in}-T_{air}+T_{out}}{\ln\left(\frac{T_{air}-T_{in}}{T_{air}-T_{out}}\right)} \qquad (2)$$

$$\dot{m}\cdot c_p\cdot\cancel{\left(T_{out}-T_{in}\right)} = U\cdot S\cdot\frac{\cancel{T_{out}-T_{in}}}{\ln\left(\frac{T_{air}-T_{in}}{T_{air}-T_{out}}\right)}$$

$$\left(\frac{T_{air}-T_{in}}{T_{air}-T_{out}}\right)=\exp\left(\frac{U\cdot S}{\dot{m}\cdot c_p}\right)$$

$$T_{out}=\frac{T_{in}+T_{air}\left(\exp\left(\frac{U\cdot S}{\dot{m}\cdot c_p}\right)-1\right)}{\exp\left(\frac{U\cdot S}{\dot{m}\cdot c_p}\right)} \quad (3)$$

$$U=\frac{1}{A}\frac{1}{\left[\frac{1}{Ah_{in}}+\cancel{Rmet}+\frac{1}{Ah_{out}}\right]}=\frac{1}{\left[\frac{1}{h_{in}}+\frac{1}{h_{out}}\right]}=\frac{1}{\left[\frac{1}{3.7}+\frac{1}{5}\right]}=2.66\frac{W}{m^2K} \quad (4)$$

$$\dot{m}=\rho\cdot v\cdot l^2=0.28\frac{kg}{s} \quad (5)$$

$$S=p\cdot L \quad (6)$$

Azzerando la [3] si ottiene la lunghezza del condotto.

L = 16 m

Meccanica dei Fluidi con Fondamenti di Ingegneria Chimica
Fenomeni di Trasporto – Tema B
29 Febbraio 2016

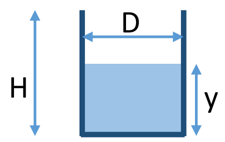
Esercizio 1 – Evaporazione di un liquido

Un contenitore del diametro di 3 cm e alto 3 cm è posto in aria ferma a 20°C. All'interno sono contenuti 2 cl di liquido di un composto A, che ha peso molecolare 40 g/mol, densità di 980 kg/m^3 e una tensione di vapore a 20 °C pari a 3500 Pa.
Il coefficiente di diffusione di A in aria è pari a 3×10^{-5} m^2/s. Al di sopra del contenitore passa aria a una velocità di 1 m/s. Calcolare in quanto tempo il liquido evapora.

Dati:

μ_{aria} = 2.00E-05 Pa×s Sh = 0.664 Re$^{0.5}$Pr$^{1/3}$

Soluzione



$$\rho_{aria} = \frac{\mathrm{P}W_{aria}}{RT} = 1.2\frac{kg}{m^3}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho_{aria} vD}{\mu_{aria}} = 1800 \qquad Sc = \frac{\mu_{aria}}{\rho_{aria}\mathcal{D}_{A,aria}} = 0.56$$

$$Sh = 0.664\,\mathrm{Re}^{0.5}\,\mathrm{Pr}^{1/3} = 23.1$$

$$h_m = \frac{Sh\mathcal{D}_{A,aria}}{D} = 0.023\frac{m}{s}$$

$$U_m = \frac{1}{\frac{H-y}{\mathcal{D}_{A,aria}} + \frac{1}{h_m}} = \frac{h_m\mathcal{D}_{A,aria}}{h_m(H-y)+\mathcal{D}_{A,aria}}$$

$$\rho_{A,vap} = \frac{p_v W_A}{RT} = 0.06\frac{kg}{m^3}$$

Bilancio di materia:

$$\frac{dm}{dt} = -\dot{m}_{out} = -U_m A\left(\rho_{A,vap} - 0\right)$$

$$\frac{d\left(A\rho_{A,liq}y\right)}{dt} = -U_m A\rho_{A,vap} \qquad \rho_{A,liq}\frac{dy}{dt} = -\rho_{A,vap}\frac{h_m\mathcal{D}_{A,aria}}{h_m(H-y)+\mathcal{D}_{A,aria}}$$

$$\left[h_m(H-y)+\mathcal{D}_{A,aria}\right]\frac{dy}{dt} = -\frac{\rho_{A,vap}}{\rho_{A,liq}}h_m\mathcal{D}_{A,aria} \qquad \int_{y_0}^{0}\left[h_m(H-y)+\mathcal{D}_{A,aria}\right]dy = -\frac{\rho_{A,vap}}{\rho_{A,liq}}h_m\mathcal{D}_{A,aria}\int_0^t dt$$

$$\left[h_m Hy - \frac{h_m y^2}{2} + \mathcal{D}_{A,aria}y\right]_{y_0}^{0} = -\frac{\rho_{A,vap}}{\rho_{A,liq}}h_m\mathcal{D}_{A,aria}t$$

$$t = \frac{\rho_{A,liq}\left(h_m H y_0 - \dfrac{h_m y_0^2}{2} + \mathscr{D}_{A,aria} y_0\right)}{\rho_{A,vap} h_m \mathscr{D}_{A,aria}} = 275953.3s = 76.65h$$

Esercizio 2 – Spessore isolante

Un tubo metallico (conducibilità 37 W/m/K) di diametro interno pari a 17 cm e spessore di 25 mm ha la propria parete interna a 300 °C. Il tubo è ricoperto di un materiale isolante (conducibilità 0.06 W/m/K) e si trova in aria stagnante. Per ragioni di sicurezza, si vuole verificare se 2 cm di spessore di isolante siano sufficienti a avere una temperatura esterna all'isolante inferiore a 50 °C. In caso contrario, valutare lo spessore minimo di isolante in grado di garantire tale temperatura.

Dati

μ_{aria} = 2.00E-05 Pa×s

c_{paria} = 1005 J/kg/K

K_{aria} = 0.028 W/m/K

$$Nu = \left\{ 0.6 + \frac{0.387 Ra^{1/6}}{\left[1+\left(\frac{0.559}{\Pr}\right)^{9/16}\right]^{8/27}} \right\}^2$$

Soluzione

$$\dot{Q} = UA_e\left(T_{pi} - T_{aria}\right) = h_e A_e\left(T_e - T_{aria}\right) \qquad U\left(T_{pi} - T_{aria}\right) = h_e\left(T_e - T_{aria}\right)$$

$$\Pr = \frac{\mu c_p}{K} = 0.72 \qquad \bar{T} = \frac{T_e + T_a}{2} = 308K \qquad \beta = \frac{1}{\bar{T}} = 0.003K^{-1}$$

$$s_{isol} = 0.02m \qquad D_{isol} = 0.26m$$

$$Gr = \frac{\rho^2 g \beta \Delta T D_{isol}^3}{\mu^2} = 6\times10^7$$ avendo assunto la T esterna pari a 50°C

$$Ra = Gr \times \Pr = 4.3\times10^7$$

$$Nu = \left\{ 0.6 + \frac{0.387 Ra^{1/6}}{\left[1+\left(\frac{0.559}{\Pr}\right)^{9/16}\right]^{8/27}} \right\}^2 = 43.9$$

$$h = \frac{NuK}{D} = 4.7\frac{W}{m^2K}$$

$$U = \frac{1}{\dfrac{2\pi L D_e \ln\dfrac{D_e}{D_i}}{2\pi L K_{met}} + \dfrac{2\pi L D_e \ln\dfrac{D_{isol}}{D_e}}{2\pi L K_{is}} + \dfrac{1}{h}} = 1.9\frac{W}{m^2K}$$

$$T_e = \frac{U\left(T_{pi} - T_{aria}\right) + h_e T_{aria}}{h_e} = 405.5K = 132.5°C$$ Troppo elevata.

Provo con s = 10 cm e rifaccio i conti con il nuovo D_{isol}

E mi accorgo che è troppo. Ne basta 9.4 cm per ottenere 50°C di temperatura esterna.