Esercitazione di Meccanica dei fluidi con Fondamenti di Ingegneria Chimica

Esercitazione 5 - 5 Novembre 2015

Equazione di Bernoulli (II)

Esercizio 1 – Perdite di carico in un condotto liscio

Un tubo liscio di diametro *D=0.8 m* convoglia una portata d'acqua $Q= 0.5\ m^3/s$ ($\mu = 1.27\ 10^{-3}\ Pa\ s$, $\gamma = 9806\ N/m^3$). Si valuti la perdita di carico che si ha per chilometro di condotta.

Esercizio 2 – Oleodotto

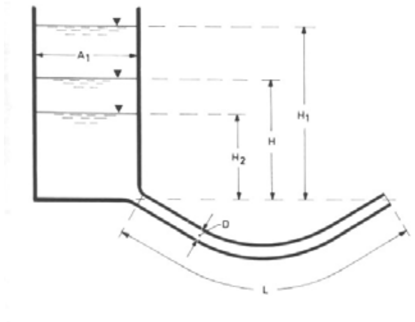
Un oleodotto lungo *20 km* è costituito da una condotta di diametro *D=0.15 m*. Calcolare la potenza necessaria a convogliare una portata $Q=80\ m^3/h$ di olio avente peso specifico $\gamma = 9120\ N/m^3$ e viscosità dinamica $\mu=0.22\ Pa\ s$. Si consideri la condotta orizzontale e si trascurino i termini cinetici. La potenza si ricava dall'espressione: $P = \gamma Q \Delta H$ (dove *Q* è la portata volumetrica).

Esercizio 3 – Moto di un fluido in una tubazione

Lungo una tubazione di diametro *D=0.05 m* defluisce una portata *Q* pari a *1 l/s* di olio (di viscosità cinematica pari a $2 \cdot 10^{-4}\ m^2/s$ e densità pari a $800\ kg/m^3$). Si determini il regime di moto e la perdita di carico per una lunghezza di tubazione pari a *300 m*. Si determini infine il diametro che dovrebbe avere la tubazione al fine di avere, con la stessa portata, una perdita di pressione dimezzata.

Esercizio 4 – Svuotamento di un serbatoio

Un serbatoio cilindrico contenente olio di viscosità cinematica $\nu=11.2 \cdot 10^{-4}\ m^2/s$, ha sezione orizzontale $A_1=4\ m^2$. L'olio riempie inizialmente il serbatoio fino ad una altezza pari a *5 m*. Dal serbatoio si diparte, con imbocco ben raccordato, una tubazione con diametro *D=0.1 m* e lunghezza *L=10 m*, la cui estremità di valle sbocca nell'atmosfera alla quota del fondo del serbatoio. Ammesso che il serbatoio sia pieno, nell'ipotesi di regime di moto laminare e trascurando le inerzie locali, si determini il tempo necessario ad ottenere nel serbatoio una profondità $H_2=2\ m$.

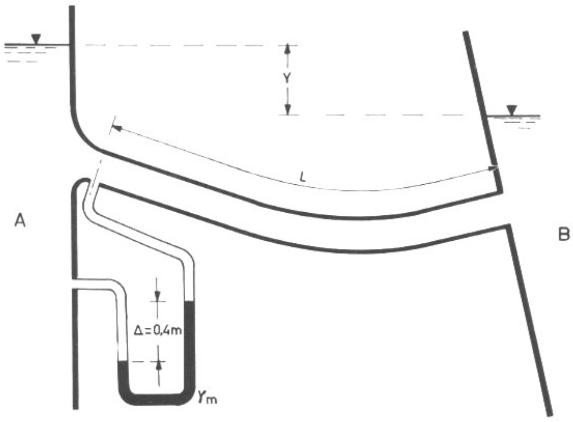


Esercizio 5 – Perdite di carico in un condotto scabro (I)

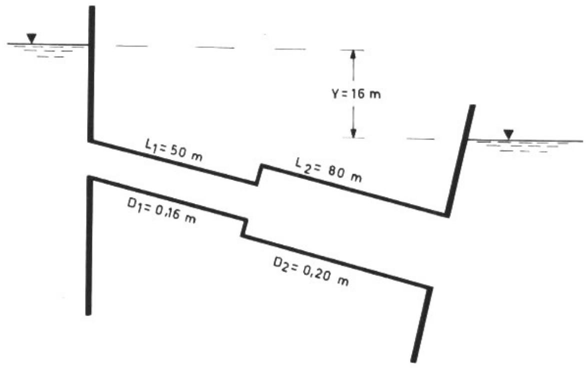
Nella condotta di lunghezza *L=120 m*, diametro *D=0.1 m*, scabrezza $\delta=0.0001\ m$, che collega i due serbatoi *A* e *B*, l'imbocco è ben raccordato. Il manometro differenziale inserito fra il serbatoio di monte e la prima sezione della condotta a valle dell'imbocco fornisce l'indicazione Δ. Determinare la portata defluente dalla condotta ed il dislivello *Y* fra i due serbatoi ($\gamma = 7845\ N/m^3$, $\nu=0.0233 \cdot 10^{-4}\ m^2/s$, $\gamma_m= 9806\ N/m^3$).

Esercizio 6 – Perdite di carico in un condotto scabro (II)

Le condotte del sistema indicato in figura sono in acciaio con coefficiente di scabrezza Kutter $m = 0.35\ m^{1/2}$. Si determini la portata d'acqua defluente ($\nu = 0.01008 \cdot 10^{-4}\ m^2/s$).



Esercizio 5



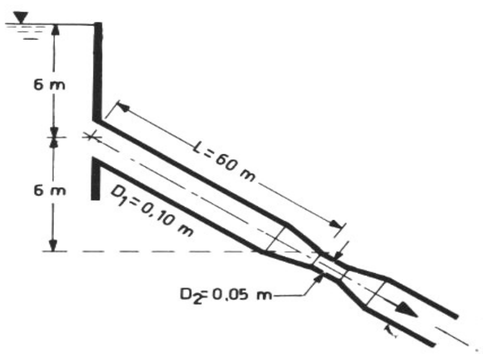
Esercizio 6

Esercizio 7 – Perdite di carico in un condotto scabro (III)

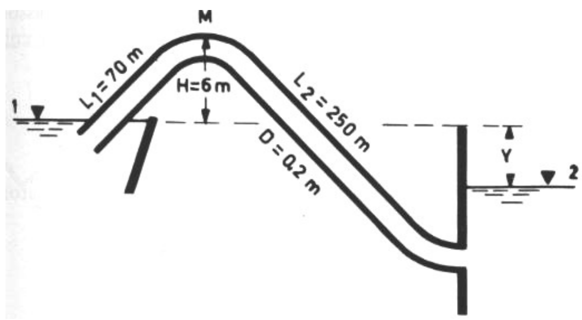
Calcolare la massima portata d'acqua (γ =9086 N/m^3) teorica che può defluire nella condotta caratterizzata da un coefficiente di scabrezza di Bazin $\gamma = 0.23\ m^{1/2}$ con imbocco a spigolo vivo.

Esercizio 8 – Tubazione di collegamento tra due serbatoi

La tubazione che collega i due serbatoi in figura è in acciaio (m=0.3 $m^{1/2}$); determinare come varia la portata al variare del livello nel serbatoio di valle.



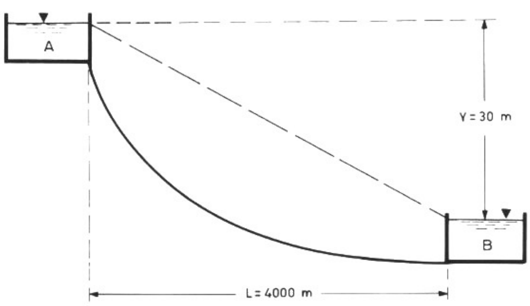
Esercizio 7



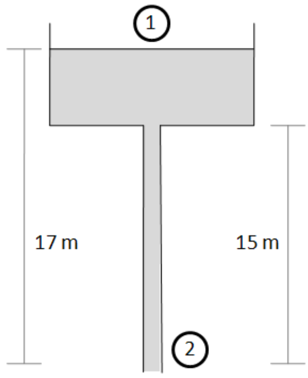
Esercizio 8

Esercizio 9 –Collegamento tra due serbatoi

Due serbatoi di nafta (μ=0.039 *Pa s*, γ = 8335 N/m^3) le cui superfici libere hanno un dislivello Y, sono collegati da una condotta in acciaio ($\varepsilon=10^{-4}$ *m*) di lunghezza *L= 4000 m*. Supponendo che la condotta abbia diametro costante pari a *D=0.25 m*, si determini la portata *Q*. Supponendo poi che occorra trasferire una portata $Q' = 1\ m^3/s$, si determini il diametro teorico D_t e si dimensioni la condotta (coefficiente di scabrezza Kutter $m = 0.5\ m^{1/2}$).



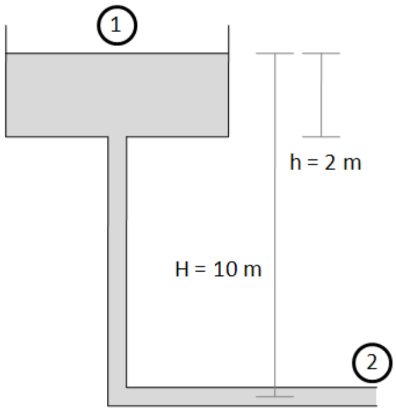
Esercizio 10 – Svuotamento di un serbatoio (I)



È dato un serbatoio pieno d'acqua, di volume pari a *5000 l,* posto ad un'altezza da terra di *15 m* (il pelo libero dell'acqua si trova invece ad un'altezza di *17 m*). Ad esso è collegato un tubo liscio di lunghezza appunto *15 m* e diametro *D=0.1 m*. Si calcoli quanto tempo impiega il serbatoio a svuotarsi completamente.

NB: Dal momento che il dislivello disponibile varia da *17 m* a *15 m* e' lecito in prima approssimazione considerare una altezza media pari a *16 m*.

Esercizio 11 – Svuotamento di un serbatoio (II)



E' dato un recipiente pieno d'acqua ad una quota di *10 m* e ad esso è collegato un tubo che a terra piega di *90°* e di lunghezza complessiva pari a *25 m*. Si chiede di determinare il diametro della tubazione che consente uno svuotamento del serbatoio ad una velocita' di *0.06 kg/s*.
Il dimensionamento deve essere effettuato scegliendo uno dei tubi disponibili in commercio, le cui caratteristiche sono riportate nella tabella allegata.

Diametro esterno (mm)	Spessore normale (mm)	Massa (kg/m)
10.2	1.6	0.344
13.5	1.8	0.522
17.2	1.8	0.688
21.3	2.0	0.962
26.9	2.0	1.24
30.0	2.3	1.59
33.7	2.3	1.79
38.0	2.6	2.29
42.4	2.6	2.57
44.5	2.6	2.70
48.3	2.6	2.95
54.0	2.6	3.32
57.0	2.9	3.90
60.3	2.9	4.14
70.0	2.9	4.83
76.1	2.9	5.28
88.9	3.2	6.81

Diametro esterno (mm)	Spessore normale (mm)	Massa (kg/m)
101.6	3.6	8.76
108.0	3.6	9.33
114.3	3.6	9.90
133.0	4.0	12.8
139.7	4.0	13.5
159.0	4.5	17.1
168.3	4.5	18.1
193.7	5.4	25.0
219.1	5.9	31.0
244.5	6.3	37.1
273.0	6.3	41.6
323.9	7.1	55.6
355.6	8.0	68.3
368.0	8.0	70.8
406.4	8.8	85.9
419.0	8.8	88.7

Tab.1 – Tubi commerciali lisci di acciaio per usi commerciali Conforme UNI4991

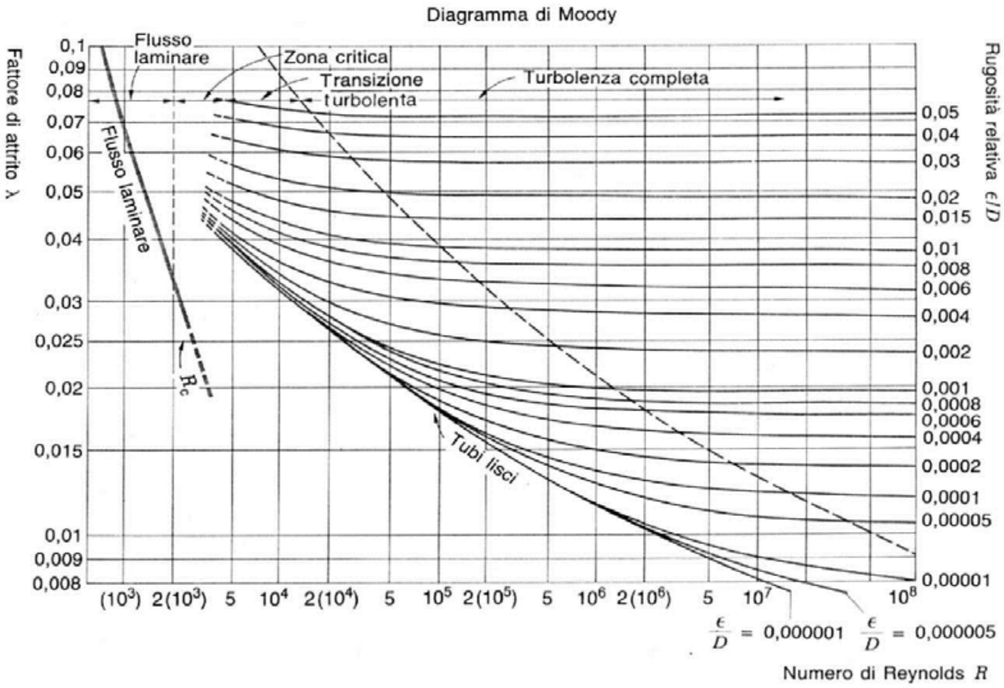


TABELLA 8.II
PERDITE DI CARICO LOCALIZZATE

Sbocco in un serbatoio	$\frac{V^2}{2g}$
Imbocco a spigolo vivo (90°)	$0{,}5\ \frac{V^2}{2g}$
Imbocco aggettante	$\simeq 1{,}16\ \frac{V^2}{2g}$
Brusco allargamento ($D_2 > 2D_1$)	$\frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}$
Brusco restringimento ($D_1 > 2D_2$)	$0{,}5\ \frac{V^2}{2g}$

Moto turbolento in tubazioni lisce	
Formula di Blasius	$\lambda = \frac{0.316}{\mathrm{Re}^{0.25}}$
Formula di Prandtl-Von Kàrmàn	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}}$

Moto turbolento in tubazioni scabre		
Formula di Prandtl-Von Kàrmàn		$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\frac{1}{3.71}\frac{\varepsilon}{D}$
Formula di Chèzy		$\mathrm{J} = \frac{\mathrm{V}^2}{\mathrm{C}^2\mathrm{R}_\mathrm{h}}$
Bazin	*Kutter*	*Gauckler-Strickler*
$C = \frac{87\sqrt{R_h}}{\sqrt{R_h} + \gamma}$	$C = \frac{100\sqrt{R_h}}{\sqrt{R_h} + m}$	$C = kR_h^{1/6}$

Esercitazione di Meccanica dei fluidi con Fondamenti di Ingegneria Chimica

Esercitazione 5 - 7 Novembre 2013

Perdite di carico

Esercizio 1 – Perdite di carico in un condotto liscio
Un tubo liscio di diametro D= 0.8 convoglia una portata d'acqua Q= 0.5 m^3/s (μ = 1.27 10^{-3} Pa s, γ = 9806 N/m^3). Si valuti la perdita di carico che si ha per chilometro di condotta.

Soluzione
Si valuti innanzitutto il regime di moto:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0.5}{\pi 0.8^2} 4 = 0.99 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{1000 \cdot 0.99 \cdot 0.8}{1.27 \cdot 10^{-3}} = 623662$$

Il regime di moto è turbolento. La formula di Blasius per tubi lisci fornisce il valore del fattore di attrito:

$f=0.079\ Re^{-0.25}$

mentre il coefficiente di resistenza λ vale 4 volte f e quindi è dato da: $\lambda=0.316\ Re^{-0.25}$

La cadente è legata alla perdita di carico anche dalla formula di Darcy:

$$J = \frac{\lambda V^2}{2gD}$$

Poichè λ vale 0.0112, si ottiene una cadente pari a 0.7 10^{-3} e quindi una perdita di carico di 0.7 m per chilometro.

Esercizio 2 – Oleodotto

Un oleodotto lungo 20 km è costituito da una condotta di diametro D = 0.15 m. Calcolare la potenza necessaria a convogliare una portata Q = 80 m^3/h di olio avente peso specifico γ= 9120 N/m^3 e viscosità dinamica μ = 0.22 Pa s. Si consideri la condotta orizzontale e si trascurino i termini cinetici. La potenza si ricava dall'espressione: P = $\gamma Q \Delta H$ (dove Q è la portata volumetrica).

Soluzione

La potenza necessaria è funzione di ΔH (che rappresenta l'energia che bisogna conferire all'unità di peso del fluido) del peso specifico e della portata.
Poiché l'olio viene inviato alla stessa quota del luogo di prelievo e poiché sono trascurabili i termini cinetici, l'energia ΔH (espressa in metri di colonna di olio) è quella necessaria a vincere le perdite di carico distribuite lungo la condotta.
Si procede innanzitutto nel verificare il regime di moto valutando il numero di Reynolds:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{80}{3600 \cdot \pi D^2} 4 = 1.26 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{9120 \cdot 1.26 \cdot 0.15}{0.22 \cdot 9.806} = 799$$

Il moto è dunque laminare. La perdita di pressione lungo la condotta è valutabile quindi dal fattore di attrito come segue:

$$\Delta p = f \frac{4}{D} L \frac{\rho V^2}{2} = \frac{16\mu}{\rho V D} \frac{2}{D} L \rho V^2 = \frac{32 \mu L V}{D^2}$$

Applicando il teorema di Bernoulli per fluidi reali fra l'ingresso e l'uscita dell'oleodotto si ha:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + \text{perdite}$$

Essendo il diametro costante, e quindi le velocità, si ha:

$$\Delta H = \frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} = \text{perdite} = JL$$

Il legame fra la perdita di carico e la cadente J è il seguente: $J = \frac{\Delta p}{\gamma L}$

La cadente corrisponde quindi a:

$$J = \frac{32 \mu V}{\gamma D^2} = 0.043$$

La potenza utile della pompa è quindi pari a:

P=9120x80/3600x0.043x20000=174293 w=174.3 kw

La perdita in metri di olio vale JL=860.

Esercizio 3 – Moto di un fluido in una tubazione

Lungo una tubazione di diametro *D=0.05 m* defluisce una portata *Q* pari a *1 l/s* di olio (di viscosità cinematica pari a $2\cdot10^{-4}$ m^2/s e densità pari a 800 kg/m^3). Si determini il regime di moto e la perdita di carico per una lunghezza di tubazione pari a *300 m*. Si determini infine il diametro che dovrebbe avere la tubazione al fine di avere, con la stessa portata, una perdita di pressione dimezzata.

Soluzione

Il regime di moto viene determinato valutando il valore del numero di Reynolds relativo al diametro della tubazione. Se esso è inferiore a 2500 il moto è laminare, altrimenti il moto può essere instabile (se nella zona di transizione, compresa fra numeri di Reynolds pari a 2500 e circa 10000), o turbolento. Nel caso in esame si ha:

$$\mathrm{Re}_D = \frac{vD}{\nu} = \frac{D}{\nu}\frac{Q\cdot 4}{\pi D^2} = \frac{Q\cdot 4}{\nu\pi D} = 127.3$$

Il moto è quindi laminare. La velocità nella tubazione è pari a:

$$v = \frac{Q\cdot 4}{\pi D^2} = \frac{4\cdot 10^{-3}}{2\cdot 10^{-4}(0.05)^2} = 0.509 \text{ m/s.}$$

Il fattore d'attrito in tubi in moto laminare vale 16/Re, mentre il legame con la perdita di pressione è dato da:

$$f = \frac{\Delta p}{L}\frac{D}{4}\frac{2}{\rho v^2}$$

mentre il fattore di resistenza, utilizzato in idraulica, è pari a 4 volte il fattore di attrito, pertanto λ= 4f = (in regime laminare) 64/Re.

Si ricava quindi la perdita di pressione Δp:

$$\Delta p = \frac{16}{127.3}\frac{4}{0.05}\frac{800\cdot 0.509^2}{2}300 = 312606 \text{ Pa} = 3.08 \text{ atm}$$

Nel caso si utilizzasse il legame fra cadente J=$\Delta p/\gamma L$ e λ, si avrebbe:

$$J = \frac{\lambda v^2}{2gD} = \frac{32\mu v}{\rho g D^2} = 0.133 \quad \Rightarrow \quad \Delta p = J\gamma L = 312729 \text{ Pa} = 3.086 \text{ atm}$$

Al fine di ricavare il diametro che corrisponde ad un dimezzamento della perdita di pressione, quest'ultima andrà espressa in termini del diametro del tubo:

$$\Delta p = f\frac{4}{D}L\frac{\rho}{2}\left[\frac{Q4}{\pi D^2}\right]^2 = 32f\frac{\rho L Q^2}{\pi^2 D^5}$$

si trova quindi un diametro pari a:

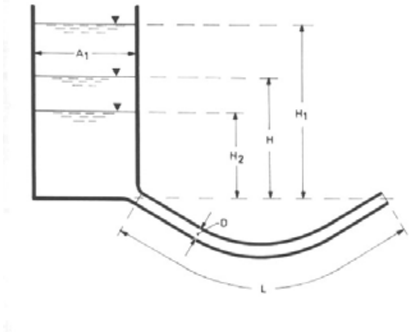
$$D = \left[\frac{2}{312606}\frac{32}{\pi^2}\frac{16}{127.3}800\cdot 300\cdot 10^{-6}\right]^{1/5} = 0.057 \text{ m}$$

Esercizio 4 – Svuotamento di un serbatoio

Un serbatoio cilindrico contenente olio di viscosità cinematica ν*=11.2·10⁻⁴ m²/s*, ha sezione orizzontale A_1*=4 m²*. L'olio riempie inizialmente il serbatoio fino ad una altezza pari a *5 m*. Dal serbatoio si diparte, con imbocco ben raccordato, una tubazione con diametro *D=0.1 m* e lunghezza *L=10 m*, la cui estremità di valle sbocca nell'atmosfera alla quota del fondo del serbatoio. Ammesso che il serbatoio sia pieno, nell'ipotesi di regime di moto laminare e trascurando le inerzie locali, si determini il tempo necessario ad ottenere nel serbatoio una profondità H_2*=2 m*.

Soluzione

Come visto nell'esercizio precedente, la perdita di carico nella condotta che porta l'olio verso l'esterno del serbatoio, può essere valutata dalla relazione:



$$\Delta p = f\,\frac{4}{D}\,L\,\frac{\rho}{2}\left[\frac{Q4}{\pi D^2}\right]^2 = 32f\,\frac{\rho L Q^2}{\pi^2 D^5}$$

Nell'ipotesi di moto laminare, si ha inoltre:

$$f = \frac{16}{Re} = \frac{16\nu}{vD} = \frac{16\nu}{QD}\frac{\pi D^2}{4} = \frac{4\nu}{Q}\pi D$$

Sostituendo nell'equazione precedente si ottiene:

$$\Delta p = 32\,\frac{\rho L Q^2}{\pi^2 D^5}\,\frac{4\nu}{Q}\,\pi D = 128\,\frac{\rho L Q \nu}{\pi D^4}$$

Salvo successiva verifica , si assuma che l'altezza cinetica della corrente allo sbocco sia trascurabile rispetto al dislivello fra superficie libera del serbatoio e sezione di sbocco (che costituisce l'altezza piezometrica); nel generico istante t nel quale il livello nel serbatoio è alla quota H rispetto alla sezione di sbocco, la pressione sul fondo risulta pari alla perdita di carico continua nella condotta. Si ha perciò:

$$H = \frac{p}{\gamma} = 128\,\frac{\rho L Q \nu}{\pi D^4}\,\frac{1}{\rho g} = 128\,\frac{L Q \nu}{g \pi D^4}$$

Da qui si può dedurre sia la portata volumetrica di uscita che la velocità di efflusso:

$$Q = H\,\frac{g\pi D^4}{128 L\nu} \qquad v = \frac{Q}{\pi D^2}\,4 = H\,\frac{g D^2}{32 L \nu}$$

La velocità massima di efflusso si ha in corrispondenza dell'altezza iniziale. In corrispondenza è utile valutare il numero di Reynolds al fine di verificare l'assunzione di moto laminare nella tubazione. Si ottiene Q=0.0107 m³/s e v=1.36 m/s. In corrispondenza l'altezza cinetica vale 0.094 m da confrontarsi con H=p/γ=0.497 (è quindi verificata anche l'assunzione di altezza cinetica trascurabile). Il numero di Reynolds corrispondente vale:

$$Re_D = \frac{vD}{\nu} = \frac{1.36 \cdot 0.1}{11.2 \cdot 10^{-4}} = 121.43$$

si è quindi verificato che il moto è effettivamente laminare.

Si proceda ora nello scrivere il bilancio che descrive lo svuotamento del serbatoio. Esso consisterà in un bilancio di materia:

$$\frac{dm}{dt} = -w$$

dove: m= massa contenuta nel serbatoio
w= portata massima uscente dal serbatoio

Il bilancio può essere poi elaborato come segue:

$$\frac{d\rho V}{dt} = -\rho Q$$

dove: ρ=densità dell'olio (costante)
Q = portata volumetrica
V = volume di olio nel serbatoio

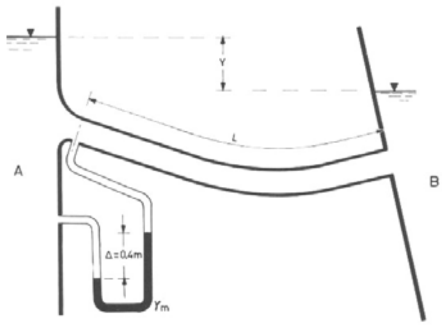
Si ha pertanto:

$$\frac{dV}{dt} = -H\frac{g\pi D^4}{128L\nu} \quad \Rightarrow A_1\frac{dH}{dt} = -H\frac{g\pi D^4}{128L\nu}$$

Integrando fra l'altezza H_1=5 m e l'altezza H_2=2 m, e fra il tempo t=0 e t=t_1 necessario per raggiungere la quota H_2, si ha:

$$t_1 = \frac{A_1 128\nu L}{\pi g D^4}\ln\left(\frac{5}{2}\right) = 1706 \text{ s}$$

Esercizio 5 – Perdite di carico in un condotto scabro (I)
Nella condotta di lunghezza L=120 m, diametro D = 0.1 m, scabrezza ε=0.0001 m, che collega i due serbatoi A e B, l'imbocco è ben raccordato. Il manometro differenziale inserito fra il serbatoio di monte e la prima sezione della condotta a valle dell'imbocco fornisce l'indicazione Δ. Determinare la portata defluente dalla condotta ed il dislivello Y fra i due serbatoi (γ = 7845 N/m^3, ν = 0.0233 10^{-4} m^2, γ_m= 9806 N/m^3).



Soluzione
Applicando il teorema di Bernoulli per fluidi reali fra il serbatoio A e il serbatoio B si ha:

$$z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} = z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + \text{perdite}$$

potendo mettersi in punti a scelta dei serbatoi si selezionano i peli liberi dove le velocità e le pressioni sono nulle. Si ha quindi:

$$z_A - z_B = \text{perdite}$$

Le perdite sono dovute alla perdita di carico distribuita lungo la condotta e dalla perdita allo sbocco nel serbatoio B che, come da tabella allegata, equivale a $V^2/2g$.
Al fine di valutare le perdite di carico distribuite occorre determinare il regime di moto nella condotta. Essendo l'imbocco ben raccordato non si hanno perdite fino all'inizio del percorso del fluido nella condotta. Applicando il teorema di Bernoulli fra il pelo libero del serbatoio A e l'ingresso della condotta è allora possibile determinare la velocità media del fluido nella condotta stessa:

$$z_A + \frac{p_A}{\gamma} = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g}$$

La differenza delle quote piezometriche nei due punti è data dalla lettura del manometro differenziale inserito:

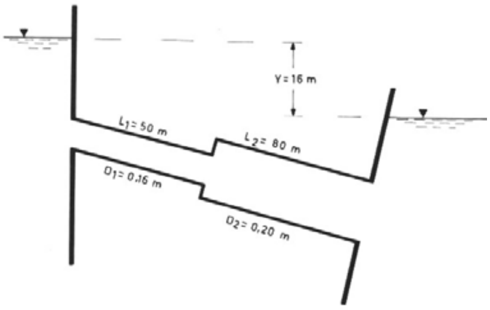
$$\delta = \left(z_A + \frac{p_A}{\gamma} \right) - \left(z + \frac{p}{\gamma} \right) = \Delta \frac{\gamma_m - \gamma}{\gamma} = 0.09998 \text{ m}$$

La velocità vale quindi: 1.4 m/s. La portata nella condotta è 0.011 m^3/s. Nota la velocità si deduce il numero di Re che vale 60086. Utilizzando l'abaco di Moody allegato, con riferimento alla curva di parametro ε/D = 0.001 si ricava allora il corrispondente indice di resistenza λ = 0.0235 a mezzo del quale si deduce il valore della cadente:

$$J = \frac{\lambda V^2}{2gD} = 0.02348$$

Il dislivello Y fra le superfici libere dei due serbatoi è dunque pari a:
2.92 m.

Esercizio 6 – Perdite di carico in un condotto scabro (II)
Le condotte del sistema indicato in figura sono in acciaio con coefficiente di scabrezza Kutter m = 0.35 $m^{1/2}$; Si determini la portata d'acqua defluente (ν = 0.01008 10^{-4} m^2/s)



Soluzione
Il dislivello Y fra i due serbatoio è pari alla somma delle perdite di carico localizzate e distribuite e perciò risulta, utilizzando anche le tabelle allegate:

$$Y = 0.5\frac{V_1^2}{2g} + J_1L_1 + \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} + J_2L_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

Ritenuto, salvo successiva verifica, che il moto avvenga in regime puramente turbolento, il calcolo delle cadenti può essere fatto mediante la legge di Chèzy:

$$J = \frac{V^2}{C^2R_h}$$

Dove R_h è il raggio idraulico pari al rapporto fra sezione di passaggio e perimetro bagnato. Nel caso di condotte circolari esso vale D/4.
Il coefficiente di scabrezza C, non adimensionale (con dimensione pari alla radice quadrata di una accelerazione), è dato, come da allegato, dalla formula:

$$C = \frac{100\sqrt{R_h}}{m + \sqrt{R_h}}$$

Nei due tratti di condotta si ottengono i valori C_1=36.4 $m^{1/2}/s$ e C_2=39 $m^{1/2}/s$. Inoltre la portata Q si conserva si riscrive quindi:

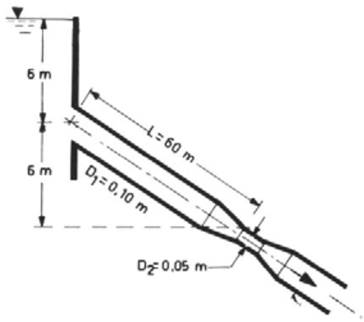
$$Y = 0.5\frac{Q^2}{A_1^2 2g} + \frac{Q^2}{A_1^2R_{1h}C_1^2}L_1 + \frac{Q^2\left(\frac{1}{A_1} - \frac{1}{A_2}\right)^2}{2g} + \frac{Q^2}{A_2^2R_{2h}C_2^2}L_2 + \frac{Q^2}{A_2^2 2g}$$

Risolvendo si ottiene una portata Q pari 0.0673 m^3/s.
Al fine di verificare la fondatezza dell'ipotesi di partenza (moto puramente turbolento), si calcolino la velocità media, il numero di Reynolds e l'indice di resistenza ($J = \frac{\lambda V^2}{2gD} = \frac{\lambda Q^2}{2gDA^2}$)in ognuno dei due tronchi della condotta:

V_1=3.35 m/s, Re_1=531746, λ_1= 0.0593, V_2=2.14 m/s, Re_2= 424777, λ_2= 0.0518.

Per ognuna della due coppie di valori di Re e λ, si verifica che i punti da esse individuati ricadono nella zona di moto puramente turbolento.

Esercizio 7 – Perdite di carico in un condotto scabro (III)



Calcolare la massima portata d'acqua (γ = 9086 N/m^3) teorica che può defluire nella condotta caratterizzata da un coefficiente di scabrezza di Bazin γ = 0.23 m$^{1/2}$ con imbocco a spigolo vivo.

Soluzione

Ipotizzando che il moto nella condotta avvenga in regime turbolento, si calcoli il valore di C con la formula di Bazin nel tratto di condotta di diametro D_1:

$$C = \frac{87}{1+\frac{2\gamma}{\sqrt{D_1}}} = 35.4 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$$

La cadente è quindi data da:

$$J = \frac{4Q^2}{C^2 D_1 A_1^2} = 516.2\ Q^2 \quad (\text{essendo } A_1 = 0.007854 \text{ m}^2)$$

La perdita di carico in condotta nel tratto di lunghezza L_1 vale:

$JL_1 = 30972\ Q^2$

La perdita di imbocco è invece data da:

$$\Delta H_1 = 0.5\frac{Q^2}{2gA_1^2} = 413.3\ Q^2$$

Nel tratto di condotta con diametro $D_2<D_1$ si realizza un incremento, rispetto a V_1, della velocità ,media V_2 con conseguente aumento dell'altezza cinetica e diminuzione della quota piezometrica. Se si raggiunge un valore di pressione assoluta nullo, ivi si instaura una sezione di controllo tale da consentire il deflusso di una portata Q_{max} indipendente dalle condizioni di valle. Tale Q_{max} può essere calcolata applicando il teorema di Bernoulli per fluidi reali fra il serbatoio e la succitata sezione di controllo:

$$H + \frac{p_a^*}{\gamma} = \Delta H_1 + JL_1 + \frac{Q^2}{2gA_2^2}$$

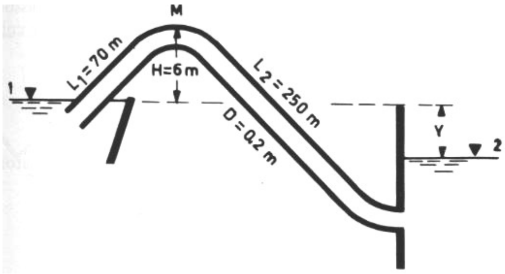
$$12 + \frac{101325}{9806} = \left(413.3 + 30972 + \frac{1}{2\cdot 9.806\cdot 0.00196}\right)Q^2$$

da cui: Q=0.153 m^3/s

Il risultato trovato è teorico in quanto non si è considerato il fatto che al diminuire della pressione si ha evaporazione dell'acqua.

Esercizio 8 – Tubazione di collegamento tra due serbatoi
La tubazione che collega i due serbatoi in figura è in acciaio (m=0.3 $m^{1/2}$); determinare come varia la portata al variare del livello nel serbatoio di valle.

Soluzione



Si ipotizza che il dislivello Y abbia un valore tale da indurre nella tubazione moto puramente turbolento. La formula di Kutter fornisce il valore del coefficiente di scabrezza C:

$$C = \frac{100}{1+\frac{2m}{\sqrt{D}}} = \frac{100}{1+\frac{2\cdot 0.3}{\sqrt{0.2}}} = 42.7\ m^{1/2}/s$$

Il dislivello fra i due serbatoi sarà dato da:

$$Y = \Delta H_1 + JL_1 + \Delta H_2 + JL_2$$

dove:

ΔH_1 = perdita per l'imbocco nella tubazione di collegamento (da tabella pari a 1.16 $V^2/(2g)$)
ΔH_2 = perdita per lo sbocco dalla tubazione di collegamento nel serbatoio 2 (da tabella pari a $V^2/(2g)$)
J = cadente o perdita di carico distribuita (in metri di fluido) per unità di lunghezza
L_1= lunghezza del primo tratto ascendente della condotta di collegamento
L_2= lunghezza del tratto discendente della condotta di collegamento

Si proceda ora nell'ulteriore elaborazione necessaria ad ottenere la dipendenza di Q da Y:

$$\Delta H_1 = 1.16\frac{Q^2}{A^2 2g} = 59.9\cdot Q^2$$

$$\Delta H_2 = \frac{Q^2}{A^2 2g} = 51.64\cdot Q^2$$

$$J = \frac{4Q^2}{A^2C^2D} = 11.11\cdot Q^2$$

Si ha quindi: $Y = 3668\cdot Q^2 \quad \Rightarrow \quad Q = 0.01651\sqrt{Y}$

Questo andamento è valido fino a quando in ogni punto della condotta la pressione **assoluta** è maggiore di zero; occorre perciò ricercare il massimo valore di Y per cui si verifica tale condizione. L'applicazione del teorema di Bernoulli fra un punto del serbatoio di monte e la sezione M (nella quale si ha la minima pressione perchè a quota maggiore in assoluto) porta a scrivere:

$$z_1 + \frac{p_1^*}{\gamma} = z_M + \frac{V_M^2}{2g} + JL_1 + 1.16\frac{V_M^2}{2g}$$

essendo:

$$JL_1 = 11.11Q^2L_1 = 11.11V_M^2A^2L_1 = 0.768\cdot V_M^2$$

da cui:

V_M = 2.22 m/s

$Q_{max}=V_M\, A$ = 0.069 m^3/s

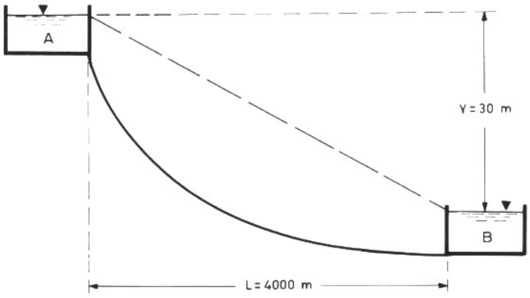
In queste condizioni deve risultare:

$$Y = z_1 - z_2 = 1.16\frac{V_M^2}{2g} + J(L_1 + L_2) + \frac{V_M^2}{2g} = 17.82 \text{ m}$$

Concludendo	per	$Y < 17.82$ m	$Q = 0.01651\sqrt{Y}$
	per	$Y > 17.82$	$Q = Q_{max}$

Esercizio 9 –Collegamento tra due serbatoi

Due serbatoi di nafta (μ=0.039 Pa s, γ = 8335 N/m^3) le cui superfici libere hanno un dislivello Y, sono collegati da una condotta in acciaio (ε=10^{-4} m) di lunghezza L= 4000 m. Supponendo che la condotta abbia diametro costante pari a D= 0.25 m, si determini la portata Q. Supponendo poi che occorra trasferire una portata Q' = 1 m^3/s, si determini il diametro teorico D_t e si dimensioni la condotta (coefficiente di scabrezza Kutter m = 0.5 m$^{1/2}$).



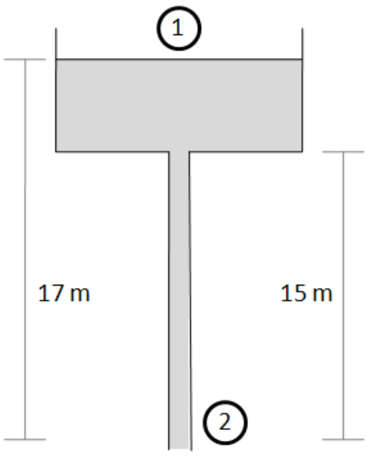
Soluzione

Presentata in aula

Esercizio 10 – Svuotamento di un serbatoio (I)

È dato un serbatoio pieno d'acqua di volume pari a *5000 l* posto ad un'altezza da terra di *15 m*. Ad esso è collegato un tubo liscio di lunghezza appunto *15 m* e diametro *D=0.1 m*. Si calcoli quanto tempo impiega il serbatoio a svuotarsi completamente.

NB: Dal momento che il dislivello disponibile varia da *17 m* a *15 m* e' lecito in prima approssimazione considerare una altezza media pari a *16 m*.



Soluzione

Per risolvere questo esercizio devo trovare innanzitutto la portata in volume cioè:

$$Q = vA$$

Così l'area risulta:

$$A = \pi \frac{D^2}{4} = 7.85 \cdot 10^{-3} m^2$$

Quindi possiamo intuire che la vera incognita di questo problema non è tanto il tempo, quanto piuttosto la velocità con cui il recipiente si svuota. Velocità che viene individuata dalla legge di bilancio di Bernoulli:

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + (z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{\Delta P}{\gamma} = 0$$

Per semplificare il calcolo scelgo le sezioni 1 (a pelo libero) e 2 (di sbocco). v1 è trascurabile mentre v2 no.

N.B.:La pressione nella sezione 1 è quella atmosferica ma anche nella sezione 2 la pressione è la stessa; infatti quella che possiamo percepire con la mano sotto l'acqua non è la pressione ma una forza, possiede quindi velocità e quantità di moto, non pressione.

Si ottiene così la formula notevolmente semplificata:

$$\frac{v_2^2}{2g} - H + \frac{\Delta P}{\gamma} = 0$$

Se fossero assenti fenomeni di attrito la velocita' di sbocco sarebbe quella torricelliana. In particolare il valore massimo si avrebbe all'istante iniziale:

$$v_2 = \sqrt{2gH} = 18.26 \frac{m}{s}$$

In corrispondenza di tale valore il numero di Reynolds sarebbe:

$$Re = \frac{\rho v_2 D}{\mu} = 1.8 \cdot 10^6$$

Il moto avviene quindi in condizioni turbolente. Di conseguenza posso utilizzare la formula di Blasius per stimare il fattore di attrito e quindi le perdite di carico:

$$f = \frac{0.079}{Re^{1/4}}$$

$$\Delta P = \frac{32}{\pi^2} f \frac{\rho Q^2}{D^5} L$$

Quindi per trovare la velocita' di uscita devo risolvere la seguente equazione algebrica non lineare rispetto alla v2:

$$\frac{v_2^2}{2g} - H + \frac{32}{\pi^2} \frac{f}{\gamma} \frac{\rho Q^2}{D^5} L = 0$$

$$\frac{v_2^2}{2g} - H + \frac{32}{\pi^2} \frac{f}{\gamma} \frac{\rho}{D^5} \frac{4 v_2^2}{\pi D^2} L = 0$$

$$\frac{v_2^2}{2g} - H + \frac{32}{\pi^2} \frac{0.079}{\gamma \left(\frac{\rho v_2 D}{\mu} \right)^{1/4}} \frac{\rho}{D^5} \frac{4 v_2^2}{\pi D^2} L = 0$$

Secondo quanto suggerito dall'esercizio posso assumere ai fini della risoluzione dell'esercizio che la velocita' di uscita sia costante e pari a quella che si avrebbe in corrispondenza di un'altezza H pari a 16 m.
Una volta ricavata la velocita' dalla relazione sopra riportata, si valuta la portata volumetrica:

$$Q = v_2 A = v_2 \frac{\pi}{4} D^2$$

Quindi il tempo si ricava dal rapporto tra il volume da scaricare e la portata volumterica:

$$t = \frac{V}{v_2 \frac{\pi}{4} D^2}$$

Se fossero assenti i fenomeni di attrito si avrebbe la massiva velocita' di svuotamento. In queste condizioni sarebbe infatti:

$$v_2 = \sqrt{2g\bar{H}} = 17.71 \frac{m}{s}$$

$$Q = v_2 A = v_2 \frac{\pi}{4} D^2 = 0.139 \frac{m^3}{s}$$

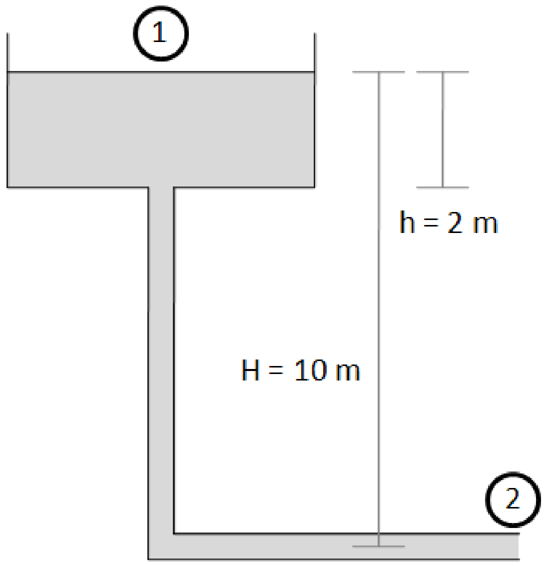
$$t = \frac{V}{v_2 \frac{\pi}{4} D^2} = 35s$$

Considerando invece le perdite di carico il valore sara' decisamente piu' grande.

N.B. Più lungo è il tubo più velocemente il recipiente si svuoterà poiché la lunghezza del tubo è direttamente proporzionale alla velocità e quindi al tempo che impiega il recipiente a svuotarsi.

Esercizio 11 – Svuotamento di un serbatoio

E' dato un recipiente pieno d'acqua ad una quota di *10 m* e ad esso è collegato un tubo che a terra piega di *90°* e di lunghezza complessiva pari a *25 m*. Si chiede di determinare il diametro della tubazione che consente uno svuotamento del serbatoio ad una velocita' di *0.06 kg/s*.
Il dimensionamento deve essere effettuato scegliendo uno dei tubi disponibili in commercio, le cui caratteristiche sono riportate nella tabella allegata.



Soluzione

Utilizziamo come sezioni di studio la sezione 1, a pelo libero, e la 2, di sbocco,e da qui parte il nostro studio che, come nell'esercizio precedente, procederà attraverso l'inserimento di valori di tentativo per quanto riguarda il diametro del tubo, la cui scelta e' vincolata a quanto disponibile in commercio.

Una volta scelto il diametro del tubo (valore di primo tentativo), si puo' procedere nel modo seguente. Si determina prima di tutto l'area di passaggio del tubo:

$$A = \pi \frac{D^2}{4}$$

Quindi si determina la velocit' con cui il fluido deve percorrere il tubo per assicurare la portata richiesta:

$$v_2 = \frac{Q}{\frac{\pi}{4}D^2}$$

Si va quindi a valutare il regime di moto che si instaura in tali condizioni (se turbolento oppure laminare), allo scopo di calcolare poi correttamente il fattore di attrito:

$$Re = \frac{\rho v_2 D}{\mu}$$

$$f = \frac{16}{Re}$$ moto laminare

$$f = \frac{0.079}{Re^{1/4}} \qquad \text{moto turbolento}$$

Si vanno quindi a valutare le perdite di carico. A rigore dovrebbero essere considerate sia quelle distribuite che quelle concentrate:

$$\frac{\Delta P}{\gamma} = \left(\frac{\Delta P}{\gamma}\right)_{imbocco} + \left(\frac{\Delta P}{\gamma}\right)_{dist,verticale} + \left(\frac{\Delta P}{\gamma}\right)_{gomito} + \left(\frac{\Delta P}{\gamma}\right)_{dist,orizzontale} + \left(\frac{\Delta P}{\gamma}\right)_{sbocco}$$

In prima approssimazione, dal momento che le tubazioni sono molto lunghe, e' possibile trascurare le perdite di carico concentrate e considerare solo quelle distribuite:

$$\frac{\Delta P}{\gamma} = \left(\frac{\Delta P}{\gamma}\right)_{dist,verticale} + \left(\frac{\Delta P}{\gamma}\right)_{dist,orizzontale}$$

$$\Delta P = \frac{32}{\pi^2} f \frac{\rho Q^2}{D^5} L = \frac{32}{\pi^2} f \frac{\rho Q^2}{D^5} L$$

$$\frac{\Delta P}{\gamma} \approx \frac{32}{\pi^2} \frac{f}{\gamma} \frac{\rho Q^2}{D^5} \left(L_{vert} + L_{oriz}\right)$$

Si applica adesso l'equazione di Bernoulli:

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \left(z_2 - z_1\right) + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{\Delta P}{\gamma} = 0$$

Trascurando come al solito la velocita' sulla sezione 1, si ha:

$$\frac{v_2^2}{2g} + \left(z_2 - z_1\right) + \frac{\Delta P}{\gamma} = 0$$

Ricaviamo ora la velocita' v2 che si avrebbe in base all'equazione di Bernoulli, utilizzando le perdite di carico calcolate sopra:

$$v_2 = \sqrt{2g\left[\left(z_1 - z_2\right) - \frac{\Delta P}{\gamma}\right]}$$

Se questa velocita' e' piu' elevata rispetto a quella che abbiamo valutato all'inizio dell'esercizio, una volta scelto il tubo, vuol dire che abbiamo sottostimato le perdite di carico e che quindi deve essere scelto un nuovo tubo di diametro inferiore. Se invece dovesse risultare minore, bisognerebbe scegliere un tubo di diametro maggiore tra quelli disponibili.