

Esercitazione di Meccanica dei fluidi con Fondamenti di Ingegneria Chimica

Esercitazione 4 (FIC) - 7 Gennaio 2016

Convezione naturale e forzata (III)

Esercizio 1 – Riscaldamento di una sferetta metallica

Una sferetta metallica di diametro pari a $D=(2+0.1 \cdot x)$ cm è esposta alla radiazione solare per un flusso medio di calore pari a $(550+5 \cdot x)$ W/m². L'oggetto è sospeso in ambiente ventilato d'aria alla temperatura di 25°C, e il coefficiente di scambio termico intorno ad esso può essere stimato pari a circa 0.015 kcal/m²/s/°C. Si assuma che la sferetta abbia una densità pari a 7.80 g/cm³ e un calore specifico di 450 J/kg/K.

- Si determini la temperatura di regime che la sfera raggiungerebbe in corrispondenza di un tempo infinitamente lungo.
- Immaginando che la sferetta si trovi inizialmente alla stessa temperatura dell'aria (25°C), e che al tempo $t=0$ venga improvvisamente esposta alla radiazione solare, si stimi il tempo necessario perché essa possa raggiungere una temperatura di 30°C. Si ipotizzi per semplicità che la sferetta sia a temperatura uniforme.

Esercizio 2 - Riscaldamento di un cilindro metallico

Un cilindro di acciaio, di lunghezza 20 cm e diametro 2 cm, inizialmente alla temperatura di 5°C, viene posto in una corrente d'aria avente velocità pari a 5 m/s e temperatura di 25°C. Contemporaneamente sulla superficie del cilindro incide la radiazione solare, stimabile pari a 650 W/m². Si chiede di determinare il tempo necessario perché il cilindro si porti alla temperatura di 22°C, trascurando i fenomeni di convezione naturale e assumendo che la sua temperatura sia uniforme. Per semplicità si trascurino le due superfici di base del cilindro. Si utilizzi la seguente correlazione (convezione forzata intorno ad un cilindro orizzontale):

$$\overline{Nu}_D = 0.30 + \frac{0.62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + \left(\frac{0.40}{Pr}\right)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$$

Esercizio 3 - Dissipazioni termiche su un serbatoio cilindrico

Un serbatoio cilindrico, di lunghezza esterna 1 m e diametro esterno 0.30 m, è riempito con un olio avente temperatura di 60°C. L'aria che circonda il serbatoio è in quiete ed ha una temperatura di 20°C e lo spessore delle pareti in acciaio del serbatoio pari a 5 mm. Trascurando i fenomeni di convezione naturale all'interno del serbatoio e assumendo che la temperatura del fluido al suo interno sia uniforme, si calcolino le dissipazioni termiche (corrispondenti alla situazione descritta) attraverso la superficie laterale del serbatoio.

Di quanto si abbassano le dissipazioni se la superficie esterna del cilindro viene rivestita con un sottile strato di 5.0 mm di isolante? Si utilizzi la seguente correlazione (convezione naturale):

$$\overline{Nu}_D = \left\{ 0.60 + \frac{0.387 Ra_D^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0.559}{Pr}\right)^{9/16}\right]^{8/27}} \right\}^2$$

Esercizio 4 – Riscaldamento di un serbatoio

Un serbatoio intermedio avente diametro D pari a 8 m e altezza H pari a 10 m, contiene un prodotto chimico liquido che deve essere riscaldato dalla temperatura ambiente $T_0=25\text{ °C}$ fino alla temperatura $T_1=80\text{ °C}$ prima di essere alimentato al processo. Alla base del serbatoio è inserito un fascio tubiero cui può essere avviato vapore condensante a 120 °C . Si chiede di valutare, considerando il serbatoio adiabatico:

1. il tempo necessario a portare il liquido alla temperatura voluta prima di spillare il liquido;
2. l'andamento del livello del liquido nel serbatoio e della sua temperatura nel tempo in relazione ad un prelievo per spillamento fino al dimezzamento della massa iniziale;
3. la quantità di vapore da adibire nelle due fasi e la portata massima da erogare.

Massa iniziale:	300 ton
Portata di spillamento:	15 kg/s
Coefficiente di scambio globale:	500 W/m ² /K
Superficie del fascio tubiero:	25 m ²
Densità del liquido:	850 kg/m ³
Calore specifico del liquido:	2.5 kJ/kg/K
Calore latente del vapore:	2206 kJ/kg

Esercizio 5 – Raffreddamento di latte per immersione

Un biberon contiene latte a 60 °C . Deve essere raffreddato per immersione in una bacinella di acqua fredda a 10 °C della capacità di 200 cm³. Il biberon ha un diametro di 4 cm e una altezza immersa di 6 cm, mentre la massa complessiva e la sua capacità termica sono rispettivamente pari a 0.125 kg e 4 kJ/kg/K. Il coefficiente globale di scambio è stimato pari a 350 W/m²/K. Lo scambio termico fra bacinella e ambiente è trascurabile. Si chiede di valutare le temperature di latte ed acqua se il contatto viene prolungato indefinitamente e il tempo necessario per portare la temperatura del latte (e del biberon) a quella corporea (37 °C), e la temperatura dell'acqua corrispondente.

Esercizio 6 – Scambiatore di calore

In uno scambiatore di calore un olio, con una portata massiva pari a 0.50 kg/s, deve essere raffreddato da 116 °C a 81 °C . Il fluido refrigerante è acqua con una portata in alimentazione di 0.30 kg/s ed una temperatura iniziale di 8 °C . Si chiede di valutare le superfici di scambio rispettivamente per uno scambiatore in equicorrente e per uno in controcorrente.

Coefficiente globale di scambio termico	275	W/m ² /K
Calore specifico acqua	4186	J/kg/K
Calore specifico olio	1880	J/kg/K

Esercizio 7 – Raffreddamento di una corrente di aria compressa

Si vuole raffreddare una corrente di aria compressa avente una portata pari a 0.53 kg/s da 50 °C a 30 °C . A tale scopo si utilizza uno scambiatore con acqua come fluido refrigerante avente temperatura all'ingresso pari a 10 °C e all'uscita pari a 24 °C . Il coefficiente globale di scambio termico è pari a 284 W/m²/K. Si calcoli la superficie di scambio termico richiesta per moto equicorrente e controcorrente dei due fluidi e si commentino anche i risultati ottenuti. Si tenga presente che il calore specifico dell'aria è pari a 0.24 cal/g/K.

Tensione di vapore dell'acqua

$$\ln(P_{ev}) = A - \frac{B}{T + C}$$

$$A = 18.3036$$

$$B = 3816.44$$

$$C = -46.13$$

(temperatura in K e tensione di vapore in mmHg)

Proprietà dell'aria

<i>T(K)</i>	<i>Calore specifico (kJ/kg/K)</i>	<i>Viscosità dinamica (Pa·s) ·10⁷</i>	<i>Viscosità cinematica (m²/s) ·10⁶</i>	<i>Conducibilità termica (W/m/K) ·10³</i>	<i>Diffusività termica (m²/s)</i>	<i>Numero di Prandtl</i>
250	1.006	159.6	11.44	22.3	15.9	0.720
300	1.007	184.6	15.89	26.3	22.5	0.707
350	1.009	208.2	20.92	30.0	29.9	0.700
400	1.014	230.1	26.41	33.8	38.3	0.690
450	1.021	250.7	32.39	37.3	47.2	0.686
500	1.030	270.1	38.79	40.7	56.7	0.684
550	1.040	288.4	45.57	43.9	66.7	0.683
600	1.051	305.8	52.69	46.9	76.9	0.685
650	1.063	322.5	60.21	49.7	87.3	0.690

Proprietà fisiche: acqua, olio, acciaio e isolante

	<i>Cp (J/kgK)</i>	<i>ρ (kg/m³)</i>	<i>k (W/mK)</i>
Acqua	4186	1000	0.20
Olio	1800	880	0.14
Acciaio	447	7870	80.2
Isolante termico	1500	350	0.02

Esercitazione di Meccanica dei fluidi con Fondamenti di Ingegneria Chimica

Esercitazione 10 - 9 Gennaio 2014

Convezione naturale e forzata (III)

Tensione di vapore dell'acqua

$$\ln(P_{ev}) = A - \frac{B}{T + C}$$

$$A = 18.3036$$

$$B = 3816.44$$

$$C = -46.13$$

(temperatura in K e tensione di vapore in mmHg)

Proprietà dell'aria

T(K)	Calore specifico (kJ/kg/K)	Viscosità dinamica (Pa·s) ·10 ⁷	Viscosità cinematica (m ² /s) ·10 ⁶	Conducibilità termica (W/m/K) ·10 ³	Diffusività termica (m ² /s)	Numero di Prandtl
250	1.006	159.6	11.44	22.3	15.9	0.720
300	1.007	184.6	15.89	26.3	22.5	0.707
350	1.009	208.2	20.92	30.0	29.9	0.700
400	1.014	230.1	26.41	33.8	38.3	0.690
450	1.021	250.7	32.39	37.3	47.2	0.686
500	1.030	270.1	38.79	40.7	56.7	0.684
550	1.040	288.4	45.57	43.9	66.7	0.683
600	1.051	305.8	52.69	46.9	76.9	0.685
650	1.063	322.5	60.21	49.7	87.3	0.690

Proprietà fisiche: acqua, olio, acciaio e isolante

	Cp (J/kgK)	ρ (kg/m ³)	k (W/mK)
Acqua	4186	1000	0.20
Olio	1800	880	0.14
Acciaio	447	7870	80.2
Isolante termico	1500	350	0.02

Esercizio 1 – Riscaldamento di una sferetta metallica

Una sferetta metallica di diametro pari a $D=(2+0.1 \cdot x)$ cm è esposta alla radiazione solare per un flusso medio di calore pari a $(550+5 \cdot x)$ W/m². L'oggetto è sospeso in ambiente ventilato d'aria alla temperatura di 25°C, e il coefficiente di scambio termico intorno ad esso può essere stimato pari a circa 0.015 kcal/m²/s/°C.

- c. Si determini la temperatura di regime che la sfera raggiungerebbe in corrispondenza di un tempo infinitamente lungo.
- d. Immaginando che la sferetta si trovi inizialmente alla stessa temperatura dell'aria (25°C), e che al tempo $t=0$ venga improvvisamente esposta alla radiazione solare, si stimi il tempo necessario perché essa possa raggiungere una temperatura di 30°C. Si ipotizzi per semplicità che la sferetta sia a temperatura uniforme.

Si assuma che la sferetta abbia una densità pari a 7.80 g/cm³ e un calore specifico di 450 J/kg/K.

Soluzione

La sferetta riceve calore per radiazione solare e scambia calore con l'ambiente circostante. L'equazione di bilancio non stazionaria che caratterizza il fenomeno è pertanto la seguente:

$$\hat{C}_p m_{ac} \frac{dT}{dt} = \dot{Q}_{rad} \cdot S_{cil} - h S_{cil} (T - T_{aria}) \quad (0.1)$$

C _p	calore specifico massivo dell'acciaio
m _{ac}	massa del cilindro d'acciaio
T	temperatura del cilindro d'acciaio
Q _R	flusso termico radiativo
S _{cil}	superficie del cilindro
h	coefficiente liminare di scambio
T _{aria}	temperatura dell'aria

In condizioni stazionarie si ha:

$$\dot{Q}_{rad} \cdot S_{cil} = h S_{cil} (T - T_{aria}) \quad \Rightarrow \quad T = T_{aria} + \frac{\dot{Q}_{rad}}{h} \quad (0.2)$$

Il tempo necessario per raggiungere la temperatura richiesta in situazione non stazionaria, si deduce, come è ovvio, dall'integrazione dell'equazione di bilancio termico non stazionario:

$$\hat{C}_{p,ac} m_{ac} \frac{dT}{dt} + hS_{cil} T = \dot{Q}_{rad} \cdot S_{cil} + hS_{cil} T_{aria} \quad (0.3)$$

La risoluzione attraverso la separazione delle variabili è a questo punto abbastanza semplice:

$$\hat{C}_{p,ac} m_{ac} \frac{dT}{dt} = \dot{Q}_{rad} \cdot S_{cil} - hS_{cil} (T - T_{aria}) \quad (0.4)$$

$$T_{regime} = \frac{\dot{Q}_{rad}}{h} + T_{aria} \quad (0.5)$$

Mettendo insieme le due informazioni si ottiene:

$$\frac{\hat{C}_{p,ac} m_{ac}}{hS_{cil}} \frac{dT}{dt} = \frac{\dot{Q}_{rad}}{h} - T + T_{aria} = T_{regime} - T \quad (0.6)$$

l'equazione può essere integrata come segue:

$$\frac{\hat{C}_{p,ac} m_{ac}}{hS_{cil}} \int_{T^{in}}^T \frac{dT}{T_{regime} - T} = t \quad (0.7)$$

$$\frac{\hat{C}_{p,ac} m_{ac}}{hS_{cil}} \left[-\ln \left(\frac{T_{regime} - T}{T_{regime} - T^{in}} \right) \right] = t \quad (0.8)$$

Esercizio 2. Riscaldamento di un cilindro metallico

Un cilindro di acciaio, di lunghezza 20 cm e diametro 2 cm, inizialmente alla temperatura di 5°C, viene posto in una corrente d'aria avente velocità pari a 5 m/s e temperatura di 25°C. Contemporaneamente sulla superficie del cilindro incide la radiazione solare, stimabile pari a 650 W/m². Si chiede di determinare il tempo necessario perché il cilindro si porti alla temperatura di 22°C, trascurando i fenomeni di convezione naturale e assumendo che la sua temperatura sia uniforme. Per semplicità si trascurino le due superfici di base del cilindro.

	Correlazione	Dimensione caratteristica
Convezione forzata intorno ad un cilindro orizzontale	$\overline{Nu}_D = 0.30 + \frac{0.62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + \left(\frac{0.40}{Pr}\right)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$	Diametro del cilindro
Convezione naturale intorno ad un cilindro orizzontale	$\overline{Nu}_D = \left\{0.60 + \frac{0.387 Ra_D^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0.559}{Pr}\right)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2$	Diametro del cilindro

Risoluzione

Grazie alle ipotesi di temperatura uniforme è possibile servirsi di un bilancio di energia su tutto il cilindro, ovviamente in condizioni non stazionarie. L'energia viene fornita al cilindro attraverso la radiazione solare e grazie allo scambio termico per convezione forzata. Pertanto il bilancio energetico diventa il seguente:

$$\frac{d}{dt}(H_{cil}) = Q_{rad} S_{cil} + h \cdot S_{cil} \cdot (T_{air} - T_{cil})$$

Dal momento che il calore specifico del cilindro e la sua massa sono indipendenti dal tempo, si ha:

$$m_{cil} C_{p,cil} \frac{dT_{cil}}{dt} = S_{cil} \cdot h \cdot \left(\frac{Q_{rad}}{h} + (T_{air} - T_{cil})\right)$$

$$\frac{m_{cil} C_{p,cil}}{S_{cil} \cdot h} \frac{dT_{cil}}{dt} = \left(\frac{Q_{rad}}{h} + T_{air} - T_{cil}\right)$$

Questa equazione differenziale del primo ordine può essere risolta attraverso la separazione delle variabili; è possibile in questo modo ottenere l'espressione analitica della temperatura del cilindro nel tempo:

$$\frac{dT_{cil}}{\frac{Q_{rad}}{h} + T_{air} - T_{cil}} = \frac{S_{cil} \cdot h}{m_{cil} C_{p,cil}} dt$$

$$-\ln \frac{\frac{Q_{rad}}{h} + T_{air} - T_{cil}}{\frac{Q_{rad}}{h} + T_{air} - T_{cil}^0} = \frac{S_{cil} \cdot h}{m_{cil} C_{p,cil}} t$$

In particolare il tempo necessario per portare il cilindro dalla temperatura iniziale a quella finale può essere calcolato semplicemente imponendo che la temperatura nell'espressione analitica riportata sopra sia proprio pari a quella finale richiesta:

$$t_F = \frac{m_{cil} C_{p,cil}}{S_{cil} \cdot h} \left[-\ln \frac{\frac{Q_{rad}}{h} + T_{air} - T_{cil}^F}{\frac{Q_{rad}}{h} + T_{air} - T_{cil}^0} \right]$$

Per poter calcolare questo tempo abbiamo bisogno di calcolare la massa e la superficie laterale del cilindro e il coefficiente di scambio termico h.

$$S_{cil} = \pi DL$$

$$V_{cil} = \frac{\pi D^2}{4} L$$

$$m_{cil} = V_{cil} \cdot \rho_{acc}$$

All'esterno del cilindro lo scambio termico è regolato dalla convezione forzata, per cui è necessario calcolare prima di tutto il numero di Reynolds. La temperatura a cui valutare le proprietà può essere presa pari alla media aritmetica delle temperature dello strato limite in corrispondenza della condizione iniziale e in corrispondenza di quella finale:

$$T_{limite}^{in} = \frac{T_{air} + T_{cil}^0}{2} \quad T_{limite}^{fin} = \frac{T_{air} + T_{cil}^{fin}}{2} \quad \bar{T} = \frac{T_{limite}^{in} + T_{limite}^{fin}}{2}$$

$$Re_D = \frac{\rho_{air} v D}{\mu_{air}}$$

$$\overline{Nu}_D = 0.30 + \frac{0.62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + \left(\frac{0.40}{Pr} \right)^{2/3} \right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000} \right)^{5/8} \right]^{4/5}$$

$$h = \frac{Nu_D k_{air}}{D}$$

$$V = 6.283185e-005 \text{ m}^3$$

$$S = 1.256637e-002 \text{ m}^2$$

$$m = 4.944867e-001 \text{ kg}$$

$$Re_D = 6.655592e+003$$

$$Nu_D = 4.291749e+001$$

$$h = 5.506314e+001 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$t = 2.442679e+002 \text{ s}$$

Esercizio 3. Dissipazioni termiche su un serbatoio cilindrico

Un serbatoio cilindrico, di lunghezza esterna 1 m e diametro esterno 0.30 m , è riempito con un olio avente temperatura di 60°C . L'aria che circonda il serbatoio è in quiete ed ha una temperatura di 20°C e lo spessore delle pareti in acciaio del serbatoio pari a 5 mm . Trascurando i fenomeni di convezione naturale all'interno del serbatoio e assumendo che la temperatura del fluido al suo interno sia uniforme, si calcolino le dissipazioni termiche (corrispondenti alla situazione descritta) attraverso la superficie laterale del serbatoio.

Di quanto si abbassano le dissipazioni se la superficie esterna del cilindro viene rivestita con un sottile strato di 5.0 mm di isolante?

	Correlazione	Dimensione caratteristica
Convezione forzata in una tubazione	$\overline{Nu}_D = 0.023 Re_D^{0.80} Pr^{1/3}$	Diametro idraulico della tubazione

Risoluzione

a. Dissipazione in assenza dell'isolante

Le dissipazioni termiche possono essere valutate attraverso la legge di Newton:

$$q = U_e A_e (T_{oil} - T_{air}) = U_i A_i (T_{oil} - T_{air})$$

Si può scegliere se lavorare in funzione della superficie laterale esterna o interna del serbatoio. Nel seguito si prenderà in considerazione la prima possibilità.

Dal momento che la convezione naturale all'interno del cilindro può essere trascurata, la resistenza totale allo scambio termico prevede la somma di due soli contributi: quello relativo alla presenza della parete metallica e quello relativo allo strato limite esterno, regolato dalla convezione naturale:

$$\frac{1}{U_e A_e} = \frac{1}{h_e A_e} + R_{wall} + \cancel{\frac{1}{h_i A_i}}$$

$$\frac{1}{U_e} = \frac{1}{h_e} + A_e R_{wall}$$

$$A_e = \pi D_e L$$

$$R_{wall} = \frac{\ln \frac{D_e}{D_i}}{2\pi k_{acc} L}$$

$$\frac{1}{U_e} = \frac{1}{h_e} + \pi D_e L \frac{\ln \frac{D_e}{D_i}}{2\pi k_{acc} L} = \frac{1}{h_e} + \frac{D_e \ln \frac{D_e}{D_i}}{2k_{acc}}$$

In questa espressione deve essere calcolato soltanto il coefficiente di scambio termico. Tutto il resto è noto. Dal momento che si ha un problema di convezione naturale è necessario calcolare il numero di Rayleigh; la temperatura da prendere in considerazione per il calcolo delle proprietà fisiche può essere assunta pari alla media aritmetica tra quella dell'olio e quella dell'aria.

$$h_e = \frac{Nu_D k_{air}}{D_e}$$

$$\overline{Nu}_D = \left\{ 0.60 + \frac{0.387 Ra_D^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0.559}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2$$

$$Ra_D = Gr_D Pr = \frac{g\beta(T_{oil} - T_{air})D^3}{\nu^2} Pr$$

b. Dissipazione in presenza dell'isolante

Nel caso in cui venga considerato lo strato di isolante, alle due resistenze termiche calcolate precedentemente si somma una terza dovuta alla presenza stessa dell'isolante:

$$\frac{1}{U_e^{new}} = \frac{1}{h_e} + A_e R_{wall} + A_e R_{iso}$$

$$R_{iso} = \frac{\ln \frac{D_e + 2s_{isol}}{D_e}}{2\pi k_{iso} L}$$

$$\frac{1}{U_e^{new}} = \frac{1}{h_e} + \frac{D_e \ln \frac{D_e}{D_i}}{2k_{acc}} + \frac{D_e \ln \frac{D_e + 2s_{isol}}{D_e}}{2k_{iso}}$$

$$q = U_e^{new} A_e (T_{oil} - T_{air})$$

$$T_m = 4.000000e+001 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$D_i = 2.900000e+001 \text{ cm}$$

$$S_e = 9.424778e-001 \text{ m}^2$$

$$\beta = 3.194888e-003 \text{ 1/K}$$

$$Gr_D = 9.307800e+005$$

$$Ra_D = 6.561999e+005$$

$$Nu_D = 1.291165e+001$$

$$h_e = 1.004527e+000 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$R_w = 6.727680e-005 \text{ K/W}$$

$$U_e = 1.004463e+000 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$q = 3.786735e+001 \text{ W}$$

$$R_{wiso} = 2.609331e-001 \text{ K/W}$$

$$U_{eiso} = 8.054896e-001 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$q_{iso} = 3.036624e+001 \text{ W}$$

Esercizio 4 – Riscaldamento di un serbatoio

Un serbatoio intermedio avente diametro D pari a 8 m e altezza H pari a 10 m , contiene un prodotto chimico liquido che deve essere riscaldato dalla temperatura ambiente $T_0=25\text{ °C}$ fino alla temperatura $T_1=80\text{ °C}$ prima di essere alimentato al processo. Alla base del serbatoio è inserito un fascio tubiero cui può essere avviato vapore condensante a 120 °C . Si chiede di valutare, considerando il serbatoio adiabatico:

1. il tempo necessario a portare il liquido alla temperatura voluta prima di spillare il liquido;
2. l'andamento del livello del liquido nel serbatoio e della sua temperatura nel tempo in relazione ad un prelievo per spillamento fino al dimezzamento della massa iniziale;
3. la quantità di vapore da adibire nelle due fasi e la portata massima da erogare.

Dati del problema

Massa iniziale:	300 ton
Portata di spillamento:	15 kg/s
Coefficiente di scambio globale:	500 W/m ² /K
Superficie del fascio tubiero:	25 m ²
Densità del liquido:	850 kg/m ³
Calore specifico del liquido:	2.5 kJ/kg/K
Calore latente del vapore:	2206 kJ/kg

Soluzione

Nella prima fase, prima dell'inizio dello svuotamento del serbatoio, varia la sola temperatura, è quindi necessario scrivere solamente un bilancio entalpico. Quest'ultimo può essere scritto prendendo come superficie di controllo quella che delimita il liquido contenuto nel serbatoio:

$$\frac{dH_{\text{tot}}}{dt} = US(T_e - T)$$

dove: T = temperatura del liquido contenuto nel serbatoio

T_e = temperatura del fluido riscaldante (vapore condensante a 120 °C)

oppure quella che delimita il sistema serbatoio più serpentino:

$$\frac{dH_{\text{tot}}}{dt} = w_{\text{vap}} \hat{H}_{\text{vap}} - w_{\text{liq}} \hat{H}_{\text{liq}} = w_{\text{vap}} \Delta \hat{H}_{\text{vap}}$$

(il vapore non si accumula nel serpentino e quindi $w_{\text{vap}}=w_{\text{liq}}$)

Dalle due equazioni scritte si deduce anche che:

$$US(T_e - T) = \Delta \hat{H}_{\text{vap}} w_{\text{vap}}$$

Si proceda ora all'elaborazione della prima equazione scritta:

$$\frac{dH_{\text{tot}}}{dt} = \frac{dm \hat{H}}{dt} = m_{\text{liq}} \frac{d\hat{H}}{dt} = m_{\text{liq}} \frac{d\hat{H}}{dT} \frac{dT}{dt} = m_{\text{liq}} \hat{c}_{p,\text{liq}} \frac{dT}{dt}$$

e quindi:

$$m_{\text{liq}} \hat{c}_{p,\text{liq}} \frac{dT}{dt} = US(T_e - T)$$

Il tempo richiesto per portare il liquido da 25 a 80 °C viene quindi ricavata dall'integrazione dell'equazione scritta (si tenga presente che il vapore condensante si mantiene alla temperatura costante di 120 °C):

$$\frac{m_{\text{liq}} \hat{c}_{p,\text{liq}}}{US} \int_{25}^{80} \frac{dT}{(T_e - T)} = t \quad \Rightarrow \quad t = -\tau \log\left(\frac{T_e - 80}{T_e - 25}\right) \quad \text{dove: } \tau = \frac{m_{\text{liq}} \hat{c}_{p,\text{liq}}}{US}$$

Il tempo necessario per portare il liquido alla temperatura richiesta è quindi pari a circa 51900 s. Inoltre la dipendenza della temperatura nel serbatoio nel tempo è data da:

$$T = T_e - (T_e - T_1) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

Utilizzando questa legge nel legame:

$$US(T_e - T) = \Delta \hat{H}_{\text{vap}} w_{\text{vap}}$$

si ottiene la dipendenza dal tempo della portata di vapore:

$$w_{\text{vap}}(t) = \frac{US(T_e - T_1)}{\Delta \hat{H}_{\text{vap}}} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = 0.5383 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad \text{kg/s} \quad (T_1=25^\circ\text{C})$$

Il vapore utilizzato nella fase di riscaldamento viene poi dedotto dall'equazione:

$$\int_0^t w_{\text{vap}}(t) dt = \int_0^t 0.5383 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) dt = -0.5383 \cdot \tau \left[\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) - 1 \right]$$

Integrando fino al tempo necessario per il riscaldamento (51900 s), si ottengono 18.7 tonnellate.

Il livello iniziale del liquido nel serbatoio è dato da:

$$m_{\text{liq}} = \rho_{\text{liq}} V_{\text{liq}} \Rightarrow V_{\text{liq}} = m_{\text{liq}} / \rho_{\text{liq}} = 353 \text{ m}^3$$

$$\text{Sezione del serbatoio} = \frac{V_{\text{liq}}}{H_0} = 50.3 \text{ m}^2$$

$$H_0 = V_{\text{liq}} / \text{sezione} = 7.02 \text{ m}$$

L'andamento del livello nel tempo durante lo svuotamento è ricavabile dall'integrazione dell'equazione di bilancio di materia:

$$\frac{dm}{dt} = \rho \frac{dV}{dt} = \rho \cdot \text{sez} \frac{dH}{dt} = -w_{\text{liq}} \Rightarrow H = H_0 - 3.51 \times 10^{-4} t$$

L'equazione di bilancio di materia va accoppiata con l'equazione di bilancio entalpico che deve tenere questa volta conto del fatto che la massa contenuta nel serbatoio, e quindi la sua capacità termica, variano nel tempo:

$$\frac{dH_{\text{tot}}}{dt} = \frac{dm \hat{H}}{dt} = m_{\text{liq}} \frac{d\hat{H}}{dt} + \hat{H} \frac{dm}{dt} = m_{\text{liq}} \frac{d\hat{H}}{dT} \frac{dT}{dt} + \hat{H} \frac{dm}{dt} = m_{\text{liq}} \hat{c}_{p,\text{liq}} \frac{dT}{dt} + \hat{H} \frac{dm}{dt} = -w_{\text{liq}} \hat{H}_{\text{liq}} + US(T_e - T)$$

Il processo è quindi descritto dalle due equazioni:

$$\begin{cases} m_{\text{liq}} \hat{c}_{p,\text{liq}} \frac{dT}{dt} + \hat{H}_{\text{liq}} \frac{dm_{\text{liq}}}{dt} = -w_{\text{liq}} \hat{H}_{\text{liq}} + US(T_e - T) \\ \frac{dm_{\text{liq}}}{dt} = -w_{\text{liq}} \end{cases}$$

e quindi anche da:

$$\begin{cases} m_{\text{liq}}(t) \hat{c}_{p,\text{liq}} \frac{dT}{dt} = US(T_e - T) \Rightarrow (m_{\text{liq},0} - w_{\text{liq}} t) \hat{c}_{p,\text{liq}} \frac{dT}{dt} = US(T_e - T) \\ m_{\text{liq}}(t) = m_{\text{liq},0} - w_{\text{liq}} t \end{cases}$$

Elaborando l'equazione trovata si può scrivere:

$$\frac{m_{\text{liq},0} \cdot \hat{c}_{p,\text{liq}}}{US} \left(1 - \frac{w_{\text{liq}} t}{m_{\text{liq},0}} \right) \frac{dT}{dt} = T_e - T \Rightarrow A \left(1 - \frac{t}{B} \right) \frac{dT}{dt} = T_e - T$$

dove $A = 60000$ s $B = 20000$ s

Integrando si ha:

$$\int_{T_1}^T \frac{dT}{T_e - T} = \int_0^t \frac{dt}{A \left(1 - \frac{t}{B} \right)} \Rightarrow -\ln \left(\frac{T_e - T}{T_e - T_1} \right) = -\frac{B}{A} \ln \left(1 - \frac{t}{B} \right)$$

$$\frac{T_e - T}{T_e - T_1} = \left(1 - \frac{t}{B} \right)^{\frac{B}{A}} \Rightarrow T_e - T = (T_e - T_1) \left(1 - \frac{t}{B} \right)^{\frac{B}{A}} = 40 \left(1 - \frac{t}{20000} \right)^{\frac{1}{3}}$$

Il tempo necessario per spillare liquido fino a metà dal totale stoccato è ricavabile dall'equazione di bilancio di materia: $t = 150000/15 = 10000$ s. La temperatura dopo spillamento della metà del liquido stoccato è quindi pari a circa 88 °C.

La quantità di vapore in funzione del tempo si può dedurre, come in precedenza, dall'equazione:

$$US(T_e - T) = \Delta \hat{H}_{\text{vap}} w_{\text{vap}}$$

$$w_{\text{vap}}(t) = \frac{US \cdot 40 \left(1 - \frac{t}{20000}\right)^{\frac{1}{3}}}{\Delta \hat{H}_{\text{vap}}}$$

$$\int_0^t w_{\text{vap}}(t) dt = \int_0^{10000} 0.226 \left(1 - \frac{t}{B}\right)^{1/3} dt = -0.227 \cdot 20000 \cdot \frac{3}{4} \left[\left(1 - \frac{10000}{20000}\right)^{4/3} - 1 \right] = 2.05 \text{ tonn.}$$

La portata massima di vapore è necessaria a serbatoio pieno e in corrispondenza della massima differenza di temperatura fra fluido riscaldante e liquido contenuto nel serbatoio. Quindi corrisponde al tempo $t=0$ nella fase I. Quindi $w_{\text{vapmax}} = UA(T_{\text{vap}} - T_0) / DH_{\text{ev}} = 1.938 \text{ tonnellate/h}$

Esercizio 5 – Raffreddamento di latte per immersione

Un biberon contiene latte a 60°C . Deve essere raffreddato per immersione in una bacinella di acqua fredda a 10°C della capacità di 200 cm^3 . Il biberon ha un diametro di 4 cm e una altezza immersa di 6 cm , mentre la massa complessiva e la sua capacità termica sono rispettivamente pari a 0.125 kg e 4 kJ/kg/K . Il coefficiente globale di scambio è stimato pari a $350\text{ W/m}^2/\text{K}$. Lo scambio termico fra bacinella e ambiente è trascurabile. Si chiede di valutare le temperature di latte ed acqua se il contatto viene prolungato indefinitamente e il tempo necessario per portare la temperatura del latte (e del biberon) a quella corporea (37°C), e la temperatura dell'acqua corrispondente.

Soluzione

Per descrivere la variazione di temperatura dei due fluidi (acqua e latte), occorre scrivere i bilanci energetici globali:

$$\begin{cases} \frac{dH_l}{dt} = -US(T_l - T_a) & \frac{d(m_l \hat{H}_l)}{dt} = -US(T_l - T_a) \\ \frac{dH_a}{dt} = US(T_l - T_a) & \frac{d(m_a \hat{H}_a)}{dt} = US(T_l - T_a) \end{cases}$$

Poichè l'entalpia è una funzione della temperatura, della pressione e della composizione, in generale, e in questo caso, della sola temperatura, i bilanci possono essere riscritti esplicitando tale dipendenza:

$$\begin{cases} m_l \frac{d\hat{H}_l}{dT} \frac{dT_l}{dt} = -US(T_l - T_a) & m_l \hat{c}_{p,l} \frac{dT_l}{dt} = -US(T_l - T_a) \\ m_a \frac{d\hat{H}_a}{dT} \frac{dT_a}{dt} = US(T_l - T_a) & m_a \hat{c}_{p,a} \frac{dT_a}{dt} = US(T_l - T_a) \end{cases}$$

Come si può osservare la temperatura del latte si evolve nel tempo anche in funzione della temperatura dell'acqua, che non è costante durante il processo. Al fine di ottenere il legame tra le due temperature si procede a sommare le due equazioni di bilancio scritte:

$$m_l \hat{c}_{p,l} \frac{dT_l}{dt} + m_a \hat{c}_{p,a} \frac{dT_a}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_a = -\frac{m_l \hat{c}_{p,l}}{m_a \hat{c}_{p,a}} (T_l - 60) + 10 = -0.597 \cdot T_l + 45.825$$

Da questa equazione è possibile dedurre la temperatura dell'acqua a fine raffreddamento del latte (37°C). Il valore trovato è pari a circa 24°C . Inserendo inoltre l'equazione trovata in quella che descrive l'evoluzione della temperatura del latte nel tempo ed integrando, si ottiene:

- tempo necessario per il raffreddamento: circa 215 s, cioè circa 3.6 min
- temperatura per $t \rightarrow \infty$: circa 29°C

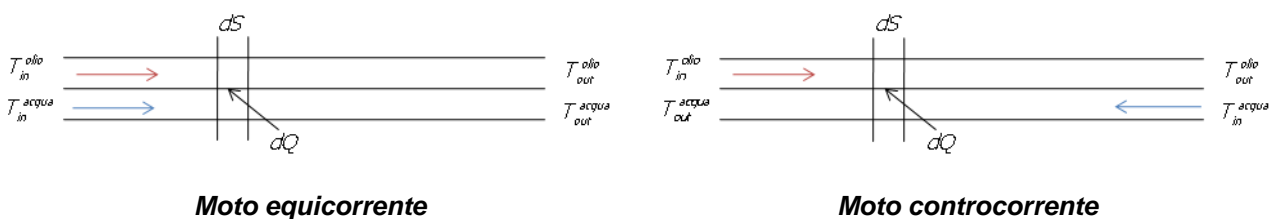
Esercizio 6 – Scambiatore di calore

In uno scambiatore di calore un olio, con una portata massiva pari a 0.50 kg/s , deve essere raffreddato da 116°C a 81°C . Il fluido refrigerante e' acqua con una portata in alimentazione di 0.30 kg/s ed una temperatura iniziale di 8°C . Si chiede di valutare le superfici di scambio rispettivamente per uno scambiatore in equicorrente e per uno in controcorrente.

Dati		
Coefficiente globale di scambio termico	275	$\text{W/m}^2/\text{K}$
Calore specifico acqua	4186	J/kg/K
Calore specifico olio	1880	J/kg/K

Soluzione

Schematizziamo il problema secondo quanto proposto nella figura seguente:



I modo

L'olio cede all'acqua, attraverso la superficie dS , una quantita' di calore $-dQ_1$ nell'unita' di tempo pari al suo calore specifico moltiplicato per la portata e per la differenza di temperatura tra ingresso e uscita. L'acqua si riscalda secondo la stessa quantita' di calore, pari al prodotto del suo peso specifico, portata e differenza di temperatura tra ingresso e uscita. Dunque:

$$dQ_1 = -C_p^{olio} \dot{m}_{olio} dT_{olio} = dQ_2 = \pm C_p^{acqua} \dot{m}_{acqua} dT_{acqua}$$

Il segno + fa riferimento al moto equicorrente, il segno - al moto controcorrente. L'equazione appena scritta, se integrata fra ingresso e uscita dello scambiatore, consente di ricavare la temperatura di uscita dell'acqua:

a. moto equicorrente:

$$-C_p^{olio} \dot{m}_{olio} \int_{T_{olio}^{in}}^{T_{olio}^{out}} dT_{olio} = C_p^{acqua} \dot{m}_{acqua} \int_{T_{acqua}^{in}}^{T_{acqua}^{out}} dT_{acqua}$$

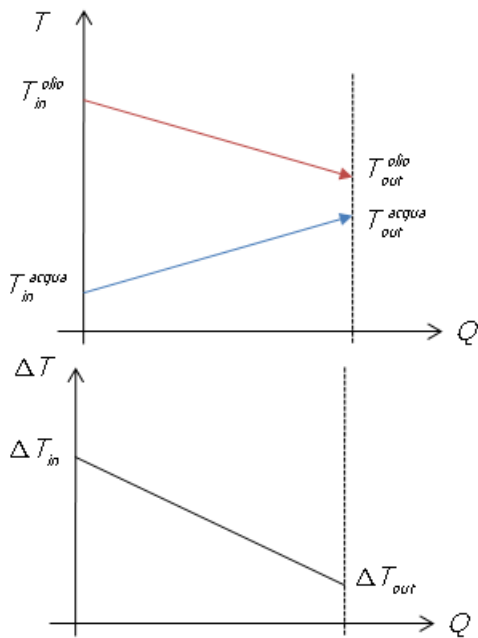
b. moto controcorrente:

$$-C_p^{olio} \dot{m}_{olio} \int_{T_{olio}^{in}}^{T_{olio}^{out}} dT_{olio} = -C_p^{acqua} \dot{m}_{acqua} \int_{T_{acqua}^{out}}^{T_{acqua}^{in}} dT_{acqua}$$

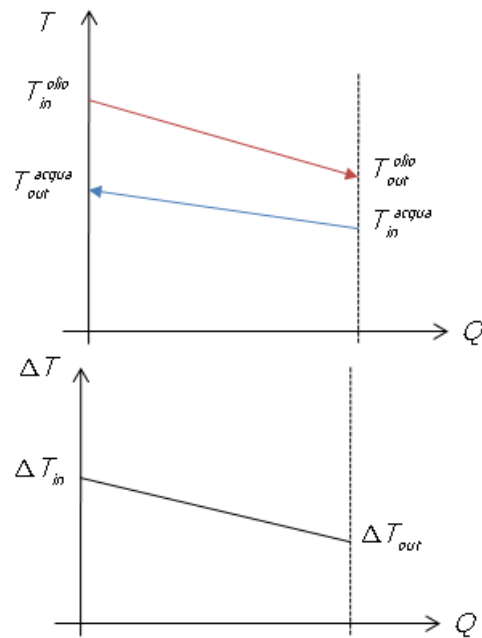
In entrambi i casi si ottiene:

$$T_{acqua}^{out} = T_{acqua}^{in} + \frac{C_p^{olio} \dot{m}_{olio}}{C_p^{acqua} \dot{m}_{acqua}} (T_{olio}^{in} - T_{olio}^{out})$$

Nel caso in esame la temperatura dell'acqua in uscita risulta pari a 34°C . Se si valuta l'andamento della temperatura e della differenza di temperatura tra i due fluidi in funzione della potenza termica scambiata, si hanno i seguenti grafici qualitativi:



Moto equicorrente



Moto controcorrente

La differenza di temperatura tra i due fluidi ha un andamento lineare tra ingresso e uscita dello scambiatore, cosicché si può scrivere:

$$\frac{d\Delta T}{dQ} = -\frac{\Delta T_{in} - \Delta T_{out}}{Q}$$

Contemporaneamente si ha anche:

$$dQ = U\Delta T \cdot dS$$

Si ottiene quindi:

$$\frac{d\Delta T}{U\Delta T \cdot dS} = -\frac{\Delta T_{in} - \Delta T_{out}}{Q}$$

$$\ln\left(\frac{\Delta T_{out}}{\Delta T_{in}}\right) = \frac{U(\Delta T_{out} - \Delta T_{in}) \cdot dS}{Q} S$$

Definiamo per comodità la media logaritmica della differenza di temperatura tra ingresso e uscita nel modo seguente:

$$\Delta T_{ln} = \frac{\Delta T_{in} - \Delta T_{out}}{\ln\left(\frac{\Delta T_{in}}{\Delta T_{out}}\right)} = \frac{\Delta T_{out} - \Delta T_{in}}{\ln\left(\frac{\Delta T_{in}}{\Delta T_{out}}\right)}$$

In questo modo possiamo riscrivere l'ultima equazione nel modo seguente:

$$Q = US \frac{\Delta T_{out} - \Delta T_{in}}{\ln\left(\frac{\Delta T_{out}}{\Delta T_{in}}\right)} = US\Delta T_{ln}$$

$$S = \frac{Q}{U \Delta T_{in}}$$

Ovviamente il calore scambiato che compare nella espressione sopra riportata e' immediatamente calcolabile dai dati del problema:

$$Q = \dot{m}_{olio} C_P^{olio} (T_{olio}^{in} - T_{olio}^{out}) = 32900W$$

Allo stesso legame si perviene partendo dai bilanci termici scritti nella forma piu' generale.

Il modo

Allo stesso legame si perviene partendo dai bilanci termici scritti nella forma piu' generale. Concentriamo l'attenzione sul moto equicorrente:

$$\begin{cases} \dot{m}_{olio} C_P^{olio} \frac{dT_{olio}}{dS} = -U(T_{olio} - T_{acqua}) \\ \dot{m}_{acqua} C_P^{acqua} \frac{dT_{acqua}}{dS} = U(T_{olio} - T_{acqua}) \end{cases}$$

$$\dot{m}_{olio} C_P^{olio} \frac{dT_{olio}}{dS} + \dot{m}_{acqua} C_P^{acqua} \frac{dT_{acqua}}{dS} = 0$$

$$\int_{T_{olio}^{in}}^{T_{olio}^{out}} \dot{m}_{olio} C_P^{olio} \frac{dT_{olio}}{dS} = - \int_{T_{acqua}^{in}}^{T_{acqua}^{out}} \dot{m}_{acqua} C_P^{acqua} \frac{dT_{acqua}}{dS}$$

$$T_{acqua}^{out} = T_{acqua}^{in} + \frac{C_P^{olio} \dot{m}_{olio}}{C_P^{acqua} \dot{m}_{acqua}} (T_{olio}^{in} - T_{olio}^{out})$$

Facendo alcune semplici rielaborazioni:

$$T_{olio} - T_{acqua} = T_{olio} - T_{acqua}^{in} - \frac{\dot{m}_{olio} C_P^{olio}}{\dot{m}_{acqua} C_P^{acqua}} (T_{olio}^{in} - T_{olio}) = (T_{olio} - T_{olio}^{in}) \left(1 + \frac{\dot{m}_{olio} C_P^{olio}}{\dot{m}_{acqua} C_P^{acqua}} \right) + (T_{olio}^{in} - T_{acqua}^{in})$$

$$\frac{d(T_{olio} - T_{acqua}^{in})}{dS} = \frac{U}{\dot{m}_{olio} C_P^{olio}} \left\{ \left(1 + \frac{\dot{m}_{olio} C_P^{olio}}{\dot{m}_{acqua} C_P^{acqua}} \right) (T_{olio} - T_{olio}^{in}) + (T_{olio}^{in} - T_{acqua}^{in}) \right\}$$

La soluzione dell'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti scritta sopra e' data dalla combinazione della soluzione dell'omogenea associata e dell'integrale particolare:

integrale particolare (IP):

$$(T_{olio} - T_{olio}^{in})_{IP} = - \frac{T_{olio}^{in} - T_{acqua}^{in}}{1 + \frac{\dot{m}_{olio} C_P^{olio}}{\dot{m}_{acqua} C_P^{acqua}}}$$

Integrale omogenea associata (IOA):

$$(T_{olio} - T_{olio}^{in})_{IOA} = A \cdot e^{\left[\frac{US}{\dot{m}_{olio} C_P^{olio}} \left(1 + \frac{\dot{m}_{olio} C_P^{olio}}{\dot{m}_{acqua} C_P^{acqua}} \right) \right]}$$

L'integrale generale risulta pari a:

$$(T_{olio} - T_{olio}^{in})_{IOA} = A \cdot e^{\left[\frac{US}{\dot{m}_{olio} C_p^{olio}} \left(1 + \frac{\dot{m}_{olio} C_p^{olio}}{\dot{m}_{acqua} C_p^{acqua}} \right) \right]} - \frac{T_{olio}^{in} - T_{acqua}^{in}}{1 + \frac{\dot{m}_{olio} C_p^{olio}}{\dot{m}_{acqua} C_p^{acqua}}}$$

La costante A si ricava dalla condizione iniziale $T_{olio}(0) = T_{olio}^{in}$:

$$A = \frac{T_{olio}^{in} - T_{acqua}^{in}}{1 + \frac{\dot{m}_{olio} C_p^{olio}}{\dot{m}_{acqua} C_p^{acqua}}}$$

Da cui si ottiene infine:

$$(T_{olio} - T_{olio}^{in}) = \frac{T_{olio}^{in} - T_{acqua}^{in}}{1 + \frac{\dot{m}_{olio} C_p^{olio}}{\dot{m}_{acqua} C_p^{acqua}}} \left\{ e^{\left[\frac{US}{\dot{m}_{olio} C_p^{olio}} \left(1 + \frac{\dot{m}_{olio} C_p^{olio}}{\dot{m}_{acqua} C_p^{acqua}} \right) \right]} - 1 \right\}$$

$$\ln \left[\frac{T_{olio} - T_{olio}^{in}}{T_{olio}^{in} - T_{acqua}^{in}} + 1 \right] = \frac{US}{\dot{m}_{olio} C_p^{olio}} \left(1 + \frac{\dot{m}_{olio} C_p^{olio}}{\dot{m}_{acqua} C_p^{acqua}} \right)$$

$$\ln \left[\frac{T_{olio} - T_{olio}^{in}}{T_{olio}^{in} - T_{acqua}^{in}} \left(1 + \frac{\dot{m}_{olio} C_p^{olio}}{\dot{m}_{acqua} C_p^{acqua}} \right) + 1 \right] = \frac{US}{\dot{m}_{olio} C_p^{olio}} \left(1 + \frac{\dot{m}_{olio} C_p^{olio}}{\dot{m}_{acqua} C_p^{acqua}} \right)$$

Si osserva che:

$$\frac{\dot{m}_{olio} C_p^{olio}}{\dot{m}_{acqua} C_p^{acqua}} = \frac{T_{acqua} - T_{acqua}^{in}}{T_{olio}^{in} - T_{olio}}$$

$$\ln \left[\frac{T_{olio} - T_{olio}^{in}}{T_{olio}^{in} - T_{acqua}^{in}} \left(1 + \frac{T_{acqua} - T_{acqua}^{in}}{T_{olio}^{in} - T_{olio}} \right) + 1 \right] = \frac{US}{\dot{m}_{olio} C_p^{olio}} \left(1 + \frac{T_{acqua} - T_{acqua}^{in}}{T_{olio}^{in} - T_{olio}} \right)$$

$$\ln \left[\frac{-(T_{olio}^{in} - T_{olio}) - (T_{acqua} - T_{acqua}^{in})}{T_{olio}^{in} - T_{acqua}^{in}} + 1 \right] = \frac{US}{-Q} [(T_{olio}^{in} - T_{olio}) + (T_{acqua} - T_{acqua}^{in})]$$

(essendo il calore ceduto dall'olio all'acqua pari a $Q = -\dot{m}_{olio} C_p^{olio} (T_{olio}^{in} - T_{olio})$). Procedendo:

$$\ln \left[\frac{-(T_{olio}^{in} - T_{olio}) - (T_{acqua} - T_{acqua}^{in}) + (T_{olio}^{in} - T_{acqua}^{in})}{T_{olio}^{in} - T_{acqua}^{in}} \right] = \frac{US}{-Q} [(T_{olio}^{in} - T_{olio}) + (T_{acqua} - T_{acqua}^{in})]$$

Se adesso definiamo le seguenti grandezze:

$$\Delta T = T_{olio} - T_{acqua}$$

$$\Delta T_{in} = T_{olio}^{in} - T_{acqua}^{in}$$

$$\Delta T_{out} = T_{olio}^{out} - T_{acqua}^{out}$$

si ha:

$$\ln \left[\frac{\Delta T}{\Delta T_{in}} \right] = \frac{US}{Q} [\Delta T - \Delta T_{in}]$$

In particolare in corrispondenza della sezione di uscita:

$$\ln \left[\frac{\Delta T_{out}}{\Delta T_{in}} \right] = \frac{US}{Q} [\Delta T_{out} - \Delta T_{in}]$$

Il calore scambiato allora nel sistema sarà dato da:

$$Q = US \frac{\Delta T_{out} - \Delta T_{in}}{\ln \frac{\Delta T_{out}}{\Delta T_{in}}} = US \Delta T_{in}$$

Allo stesso risultato si perviene se si studia la soluzione in controcorrente.

Utilizzando l'ultima equazione sopra scritta si arriva dunque alla individuazione delle superfici di scambio per i casi proposti:

Tipo di moto	ΔT_{in}	ΔT_{out}	ΔT_{in}	S [m²]
Equicorrente	108°C	47°C	73°C	1.638
Controcorrente	82°C	73°C	77°C	1.550

Esercizio 7 – Raffreddamento di una corrente di aria compressa

Si vuole raffreddare una corrente di aria compressa avente una portata pari a 0.53 kg/s da 50°C a 30°C . A tale scopo si utilizza uno scambiatore con acqua come fluido refrigerante avente temperatura all'ingresso pari a 10°C e all'uscita pari a 24°C . Il coefficiente globale di scambio termico e' pari a $284 \text{ W/m}^2/\text{K}$. Si calcoli la superficie di scambio termico richiesta per moto equicorrente e controcorrente dei due fluidi e si commentino anche i risultati ottenuti. Si tenga presente che il calore specifico dell'aria e' pari a 0.24 cal/g/K .

Soluzione

Sia per la soluzione in controcorrente, che per quella equicorrente, come si e' visto nell'esercizio precedente, la potenza termica scambiata e' data dalla seguente espressione:

$$Q = US\Delta T_{in}$$

Dalle specifiche indicate nel testo puo' essere determinata la potenza che deve essere scambiata:

$$Q = C_p^{aria} \dot{m}_{aria} (T_{aria}^{in} - T_{aria}^{out}) = 2544 \text{ cal}$$

Lo stesso tipo di relazione puo' essere utilizzata per determinare la portata di acqua necessaria:

$$Q = C_p^{acqua} \dot{m}_{acqua} (T_{acqua}^{out} - T_{acqua}^{in})$$

$$\dot{m}_{acqua} = \frac{Q}{C_p^{acqua} (T_{acqua}^{out} - T_{acqua}^{in})} = 0.181 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Quindi la superficie di scambio puo' essere determinata immediatamente, assegnato il coefficiente globale di scambio:

$$S = \frac{Q}{U\Delta T_{in}}$$

La soluzione e' sintetizzata nella tabella seguente.

Tipo di moto	ΔT_{in}	ΔT_{out}	ΔT_{in}	S [m²]
Equicorrente	40°C	6°C	17.9°C	2.10
Controcorrente	26°C	20°C	22.9°C	1.64