Esercitazione di Meccanica dei fluidi con Fondamenti di Ingegneria Chimica

Esercitazione 3 (FIC) – 17 Dicembre 2015

Convezione naturale e forzata (II)

Esercizio 1 – Convezione naturale su una sfera di acciaio
Si consideri una sferetta di acciaio (*ρ=7000 kg/m³, Cp=550 J/kg/K*) avente diametro pari a ***D=(10+0.5·X) mm*** sospesa in aria in quiete alla pressione atmosferica e alla temperatura di *25°C*. La sferetta si trova inizialmente ad una temperatura di ***T_0=(100-X)°C*** ed riceve un apporto termico (ad esempio per radiazione solare) uniformemente distribuito su tutta la superficie e pari a *q=200 W/m²*.

a. Si determini la temperatura di regime a cui si porta la sferetta.
b. Si determini il tempo necessario perché la temperatura della sferetta si abbassi di 20°C rispetto alla temperatura iniziale.

Per la stima del numero di Nusselt si utilizzi la correlazione (semplificata) $Nu_D = 0.6 Gr_D^{1/4} \mathrm{Pr}^{1/4}$. Si ritenga la sfera a temperatura uniforme durante tutto il processo di raffreddamento.

Nota. Ove utile, si tenga conto della seguente soluzione (approssimata) per l'integrale sotto riportato:

$$\int_{x_0}^{x_f} \frac{dx}{x^{5/4} - \gamma} \approx \frac{\left[\ln\left(x - \frac{\gamma}{\overline{x}^{1/4}} \right) \right]_{x_0}^{x_f}}{\overline{x}^{1/4}}, \qquad \text{dove} \quad \overline{x} = \frac{x_0 + x_f}{2}$$

Esercizio 2 - Convezione naturale e forzata intorno ad una sfera
Una sfera di acciaio di diametro pari a *(3+0.1x) cm* si trova immersa in aria in quiete. Una resistenza elettrica interna fa sì che la sua temperatura (che può essere considerata uniforme) sia costante e pari a *100 °C*. L'aria circostante si trova invece a una temperatura pari a *25 °C* e alla pressione atmosferica.
a. Si determini la potenza che la resistenza elettrica deve fornire alla sfera affinché la sua temperatura possa mantenersi costante nel tempo.
b. Si determini la temperatura a cui si porta la sfera dopo *5 minuti*, qualora l'aria intorno alla sfera non sia più in quiete, ma abbia una velocità di *(13-0.1x) m/s*, immaginando che la resistenza elettrica continui comunque a fornire una potenza pari a quella calcolata al punto A. Si determini inoltre la temperatura di regime a cui tende a portarsi la sfera.
Si consideri costante nel tempo il coefficiente di scambio termico.

Proprieta' dell'acciaio		
Densita'	*7.87*	*g/cm³*
Calore specifico	*0.5*	*kJ/kg/K*

Numero di Nusselt (convezione naturale)
$Nu_D = 2 + 0.6 Gr_D^{1/4} Pr^{1/4}$

Numero di Nusselt (convezione forzata)
$Nu_D = 2 + \left(1.6 Re_D^{1/3} + 0.6 Re_D^{1/2} + 0.005 Re_D^{0.8} \right) \cdot Pr^{1/3}$

Esercizio 3 – Raffreddamento di una corrente di olio

Una corrente di olio percorre una lunga tubazione liscia in acciaio (conducibilità' termica pari a *60 W/m/K*), avente diametro interno pari a *D=(25+0.1x) cm* e spessore di *5 mm* alla velocità di (*10-0.1x) m/s*. Una parte del tubo, lunga (*1200-20x) m*, passa attraverso l'acqua di un lago alla temperatura di *10 °C*. Il coefficiente di scambio termico in corrispondenza del lato esterno (tubo/lago) e' stato stimato pari a circa *30 W/m²/K*. Sapendo che in corrispondenza della sezione di ingresso nel lago la temperatura dell'olio e' pari a *60°C*, si determini:

a. la temperatura dell'olio in corrispondenza della sezione di uscita dal lago;
b. la potenza termica scambiata dall'olio nel tratto di tubazione sommersa;
c. la potenza di pompaggio necessaria per vincere le perdite di pressione e assicurare il flusso dell'olio nel tubo, limitatamente al solo tratto preso in considerazione.

Per semplicità si assumano costanti le proprietà fisiche dell'olio. Inoltre si consideri il flusso dell'olio termicamente e idraulicamente sviluppato in corrispondenza della sezione di ingresso nel lago.

Scambio termico lato interno della tubazione		
$Nu_D = 3.66$	$Re_D \le 2300$	moto laminare
$Nu_D = 0.023 \cdot Re_D^{0.80} Pr^{1/3}$	$Re_D > 10000$	moto turbolento

Proprietà dell'olio		
Densità	*0.900*	*g/cm³*
Conducibilità termica	*0.145*	*W/m/K*
Viscosità dinamica	*0.170*	*Pa·s*
Calore specifico	*450*	*cal/kg/K*

Esercizio 4 – Riscaldamento di una sferetta metallica

Una sferetta metallica di diametro pari a *D=(2+0.1·x) cm* è esposta alla radiazione solare per un flusso medio di calore pari a (*550+5·x) W/m²*. L'oggetto è sospeso in ambiente ventilato d'aria alla temperatura di *25°C,* e il coefficiente di scambio termico intorno ad esso può essere stimato pari a circa 0.015 *kcal/m²/s/°C*.

a. Si determini la temperatura di regime che la sfera raggiungerebbe in corrispondenza di un tempo infinitamente lungo.
b. Immaginando che la sferetta si trovi inizialmente alla stessa temperatura dell'aria (*25°C*), e che al tempo *t=0* venga improvvisamente esposta alla radiazione solare, si stimi il tempo necessario perché essa possa raggiungere una temperatura di *30°C*. Si ipotizzi per semplicità che la sferetta sia a temperatura uniforme.

Si assuma che la sferetta abbia una densità pari a *7.80 g/cm³* e un calore specifico di *450 J/kg/K.*

Esercizio 5 - Riscaldamento di un cilindro metallico

Un cilindro di acciaio, di lunghezza *20 cm* e diametro *2 cm*, inizialmente alla temperatura di *5°C*, viene posto in una corrente d'aria avente velocità pari a *5 m/s* e temperatura di *25°C*. Contemporaneamente sulla superficie del cilindro incide la radiazione solare, stimabile pari a *650 W/m²*. Si chiede di determinare il tempo necessario perché il cilindro si porti alla temperatura di *22°C*, trascurando i fenomeni di convezione naturale e assumendo che la sua temperatura sia uniforme. Per semplicità si trascurino le due superfici di base del cilindro.

	Correlazione	*Dcaratteristica*
Convezione forzata intorno ad un cilindro orizzontale	$\overline{Nu}_D = 0.30 + \frac{0.62\,\mathrm{Re}_D^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}}{\left[1+\left(\frac{0.40}{\mathrm{Pr}}\right)^{2/3}\right]^{1/4}}\left[1+\left(\frac{\mathrm{Re}_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$	*Diametro del cilindro*

Esercizio 6 - Dissipazioni termiche su un serbatoio cilindrico

Un serbatoio cilindrico, di lunghezza esterna *1 m* e diametro esterno *0.30 m*, è riempito con un olio avente temperatura di *60°C*. L'aria che circonda il serbatoio è in quiete ed ha una temperatura di *20°C* e lo spessore delle pareti in acciaio del serbatoio pari a *5 mm*. Trascurando i fenomeni di convezione naturale all'interno del serbatoio e assumendo che la temperatura del fluido al suo interno sia uniforme, si calcolino le dissipazioni termiche (corrispondenti alla situazione descritta) attraverso la superficie laterale del serbatoio.

Di quanto si abbassano le dissipazioni se la superficie esterna del cilindro viene rivestita con un sottile strato di *5.0 mm* di isolante?

	Correlazione	*Dcaratteristica*
Convezione naturale intorno ad un cilindro orizzontale	$\overline{Nu}_D = \left\{0.60 + \frac{0.387\,\mathrm{Ra}_D^{1/6}}{\left[1+\left(\frac{0.559}{\mathrm{Pr}}\right)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2$	*Diametro del cilindro*

Esercizio 7 - Condensazione di una corrente di vapore

Due porte di olio utilizzato in una produzione industriale di portata pari a *2 kg/s* e *1 kg/s* e temperatura *95°C* e *80°C* vengono miscelate prima di entrare in uno scambiatore.

A. Si determini la temperatura della corrente di olio in seguito al miscelamento.

B. Tale corrente deve essere portata alla temperatura di *50°C* e per realizzare questa operazione si ricorre all'uso di uno scambiatore di calore a tubi concentrici in cui viene fatta passare dell'acqua di raffreddamento. Il tubo più piccolo, in cui viene fatto passare l'olio, ha un diametro interno di *50 mm* e uno spessore di *1.50 mm*; la tubazione più grande ha invece un diametro interno di *100 mm*. L'acqua viene fatta circolare in controcorrente ed entra alla temperatura di *15°C*. Trascurando le dissipazioni termiche verso l'esterno, si determini la minima portata di acqua che deve essere impiegata, sapendo che la sua temperatura di uscita, a causa dei limiti di legge, non può essere superiore a *40°C*.

C. Si stimi il coefficiente di scambio termico globale riferito all'area laterale esterna del tubo più piccolo.

D. Si determini la superficie minima necessaria, e quindi la lunghezza dei tubi, in grado di assicurare il raffreddamento richiesto.

	Correlazione	*Dimensione caratteristica*
Convezione forzata in una tubazione	$\overline{Nu}_D = 0.023\,\mathrm{Re}_D^{0.80}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$	*Diametro idraulico della tubazione*

Tensione di vapore dell'acqua

$$\ln\left(P_{ev}\right) = A - \frac{B}{T + C}$$

$A = 18.3036$
$B = 3816.44$
$C = -46.13$

(temperatura in *K* e tensione di vapore in *mmHg*)

Proprietà dell'aria

T(K)	Calore specifico (kJ/kg/K)	Viscosità dinamica (Pa·s) ·10^7	Viscosità cinematica (m^2/s) ·10^6	Conducibilità termica (W/m/K) ·10^3	Diffusività termica (m^2/s)	Numero di Prandtl
250	1.006	159.6	11.44	22.3	15.9	0.720
300	1.007	184.6	15.89	26.3	22.5	0.707
350	1.009	208.2	20.92	30.0	29.9	0.700
400	1.014	230.1	26.41	33.8	38.3	0.690
450	1.021	250.7	32.39	37.3	47.2	0.686
500	1.030	270.1	38.79	40.7	56.7	0.684
550	1.040	288.4	45.57	43.9	66.7	0.683
600	1.051	305.8	52.69	46.9	76.9	0.685
650	1.063	322.5	60.21	49.7	87.3	0.690

Proprietà fisiche: acqua, olio, acciaio e isolante

	Cp (J/kgK)	ρ (kg/m3)	k (W/mK)
Acqua	4186	1000	0.20
Olio	1800	880	0.14
Acciaio	447	7870	80.2
Isolante termico	1500	350	0.02

Esercitazione di Meccanica dei fluidi con Fondamenti di Ingegneria Chimica

Esercitazione 9 - 19 Dicembre 2013

Convezione naturale e forzata (II)

Tensione di vapore dell'acqua

$$\ln(P_{ev}) = A - \frac{B}{T + C}$$

$$A = 18.3036$$
$$B = 3816.44$$
$$C = -46.13$$

(temperatura in *K* e tensione di vapore in *mmHg*)

Proprietà dell'aria

T(K)	Calore specifico (kJ/kg/K)	Viscosità dinamica (Pa·s) $\cdot 10^7$	Viscosità cinematica (m^2/s) $\cdot 10^6$	Conducibilità termica (W/m/K) $\cdot 10^3$	Diffusività termica (m^2/s)	Numero di Prandtl
250	1.006	159.6	11.44	22.3	15.9	0.720
300	1.007	184.6	15.89	26.3	22.5	0.707
350	1.009	208.2	20.92	30.0	29.9	0.700
400	1.014	230.1	26.41	33.8	38.3	0.690
450	1.021	250.7	32.39	37.3	47.2	0.686
500	1.030	270.1	38.79	40.7	56.7	0.684
550	1.040	288.4	45.57	43.9	66.7	0.683
600	1.051	305.8	52.69	46.9	76.9	0.685
650	1.063	322.5	60.21	49.7	87.3	0.690

Proprietà fisiche: acqua, olio, acciaio e isolante

	Cp (J/kgK)	ρ (kg/m3)	k (W/mK)
Acqua	4186	1000	0.20
Olio	1800	880	0.14
Acciaio	447	7870	80.2
Isolante termico	1500	350	0.02

Esercizio 1 – Convezione naturale su una sfera di acciaio

Si consideri una sferetta di acciaio (*ρ=7000 kg/m³, Cp=550 J/kg/K*) avente diametro pari a ***D=(10+0.5·X) mm*** sospesa in aria in quiete alla pressione atmosferica e alla temperatura di *25°C*. La sferetta si trova inizialmente ad una temperatura di ***T_0=(100-X)°C*** ed riceve un apporto termico (ad esempio per radiazione solare) uniformemente distribuito su tutta la superficie e pari a *q=200 W/m²*.

c. Si determini la temperatura di regime a cui si porta la sferetta.
d. Si determini il tempo necessario perché la temperatura della sferetta si abbassi di 20°C rispetto alla temperatura iniziale.

Per la stima del numero di Nusselt si utilizzi la correlazione (semplificata) riportata nella tabella. Si ritenga la sfera a temperatura uniforme durante tutto il processo di raffreddamento.

Proprietà dell'aria		
Conducibilità termica (k)	*0.0263*	*W/m/K*
Diffusività termica (α)	*$2.2\cdot10^{-5}$*	*m²/s*
Viscosità dinamica (μ)	*$1.8\cdot10^{-5}$*	*kg/m/s*
Peso molecolare	*28.84*	*g/mol*

Numero di Nusselt
$Nu_D = 0.6 Gr_D^{1/4} \Pr^{1/4}$

Nota. Ove utile, si tenga conto della seguente soluzione (approssimata) per l'integrale sotto riportato:

$$\int_{x_0}^{x_f} \frac{dx}{x^{5/4}-\gamma} \approx \frac{\left[\ln\left(x-\frac{\gamma}{\bar{x}^{1/4}}\right)\right]_{x_0}^{x_f}}{\bar{x}^{1/4}}, \qquad \text{dove} \quad \bar{x} = \frac{x_0+x_f}{2}$$

Soluzione

Partiamo dalla scrittura del bilancio sulla sferetta:

$$mC_P \frac{dT}{dt} = qS - hS\Delta T \tag{1.1}$$

Il coefficiente di scambio ha la seguente espressione:

$$h = \frac{Nu\,k}{D} = 0.6 Gr^{1/4} \Pr^{1/4} \frac{k}{D} = 0.6\frac{k}{D}\left(\frac{\beta g D^3 \Delta T}{\upsilon^2}\frac{\upsilon}{\alpha}\right)^{1/4} = 0.6\frac{k}{D}\left(\frac{\beta g D^3}{\upsilon\alpha}\right)^{1/4} \Delta T^{1/4} \tag{1.2}$$

Il bilancio diventa dunque:

$$mC_P \frac{dT}{dt} = \pi D^2\left[q - 0.6\frac{k}{D}\left(\frac{\beta g D^3}{\upsilon\alpha}\right)^{1/4} \Delta T^{5/4}\right] \tag{1.3}$$

Più semplicemente:

$$mC_P \frac{dT}{dt} = \pi D^2 \left[q - \eta \Delta T^{5/4} \right] \tag{1.4}$$

a. Temperatura di regime

In condizioni stazionarie (a regime cioè), il termine di accumulo è nullo, e dunque:

$$q = \eta \Delta T_\infty^{5/4} \tag{1.5}$$

$$\Delta T_\infty = \left(\frac{q}{\eta} \right)^{4/5} \tag{1.6}$$

Dunque la temperatura di regime è:

$$T_\infty = T_{aria} + \left(\frac{q}{\eta} \right)^{4/5} \tag{1.7}$$

b. Tempo di raffreddamento (Soluzione 1)

Il tempo di raffreddamento può essere ottenuto risolvendo l'equazione differenziale (1.21):

$$mC_P \frac{dT}{dt} = -\pi D^2 \left[\eta \Delta T^{5/4} - q \right] \tag{1.8}$$

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{\pi D^2 \eta}{mC_P} \left[\Delta T^{5/4} - \frac{q}{\eta} \right] \tag{1.9}$$

$$\frac{dT}{\Delta T^{5/4} - \frac{q}{\eta}} = -\frac{dt}{\tau} \tag{1.10}$$

dove:

$$\tau = \frac{mC_P}{\pi D^2 \eta} \tag{1.11}$$

Per comodità conviene fare un cambio di variabile:

$$\frac{d\Delta T}{\Delta T^{5/4} - \frac{q}{\eta}} = -\frac{dt}{\tau} \tag{1.12}$$

L'integrale a primo membro può essere risolto utilizzando il suggerimento nel testo dell'esercizio:

$$\int_{\Delta T_0}^{\Delta T_f} \frac{d\Delta T}{\Delta T^{5/4} - \frac{q}{\eta}} \approx \frac{\ln \left(\Delta T - \frac{q}{\eta \overline{\Delta T}^{1/4}} \right)_{\Delta T_0}^{\Delta T_f}}{\overline{\Delta T}^{1/4}} = -\frac{t}{\tau} \tag{1.13}$$

Il tempo richiesto dunque per il raffreddamento è dato da:

$$t = \frac{\tau}{\overline{\Delta T}^{1/4}} \ln\left(\Delta T - \xi\right)_{\Delta T_f}^{\Delta T_0} \tag{1.14}$$

dove:

$$\xi = \frac{q}{\eta \overline{\Delta T}^{1/4}} \tag{1.15}$$

c. Tempo di raffreddamento (Soluzione 2)

Si può arrivare allo stesso risultato anche ragionando in maniera diversa. Si può cioè calcolare un coefficiente di scambio medio costante utilizzando una opportuna media della differenza di temperatura e arrivare così alla scrittura di un bilancio approssimato, ma risolubile analiticamente:

$$\overline{\Delta T} = \frac{\Delta T_0 + \Delta T_f}{2} \tag{1.16}$$

$$\overline{Gr} = \frac{\beta g D^3 \overline{\Delta T}}{\upsilon^2} \tag{1.17}$$

$$\overline{Nu} = 0.6\left(\overline{Gr}\,\mathrm{Pr}\right)^{1/4} \tag{1.18}$$

$$\overline{h} = \frac{\overline{Nu}\,k}{D} \tag{1.19}$$

Il bilancio diventa quindi:

$$mC_P \frac{d\Delta T}{dt} = \pi D^2 \left[q - \overline{h}\,\Delta T\right] \tag{1.20}$$

$$\frac{d\Delta T}{dt} = -\frac{\pi D^2}{\overline{h}\,mC_P}\left[\Delta T - \frac{q}{\overline{h}}\right] \tag{1.21}$$

La risoluzione ovviamente può essere effettuata attraverso la separazione delle variabili:

$$\frac{d\Delta T}{\Delta T - \frac{q}{\overline{h}}} = -\frac{\pi D^2}{\overline{h}\,mC_P} dt = -\frac{dt}{\tau} \tag{1.22}$$

$$t = \tau\left[\ln\left(\Delta T - \frac{q}{\overline{h}}\right)\right]_{\Delta T_f}^{\Delta T_0} \tag{1.23}$$

Con qualche passaggio si può facilmente verificare come questa soluzione sia esattamente la (1.31).

Esercizio 2 - Convezione naturale e forzata intorno ad una sfera

Una sfera di acciaio di diametro pari a *(3+0.1x) cm* si trova immersa in aria in quiete. Una resistenza elettrica interna fa sì che la sua temperatura (che può essere considerata uniforme) sia costante e pari a *100 °C*. L'aria circostante si trova invece a una temperatura pari a *25 °C* e alla pressione atmosferica.

a. Si determini la potenza che la resistenza elettrica deve fornire alla sfera affinché la sua temperatura possa mantenersi costante nel tempo.

b. Si determini la temperatura a cui si porta la sfera dopo *5 minuti*, qualora l'aria intorno alla sfera non sia più in quiete, ma abbia una velocità di *(13-0.1x) m/s*, immaginando che la resistenza elettrica continui comunque a fornire una potenza pari a quella calcolata al punto A. Si determini inoltre la temperatura di regime a cui tende a portarsi la sfera.

Si consideri costante nel tempo il coefficiente di scambio termico.

Proprieta' dell'aria		
Conducibilita' termica	*0.030*	*W/m/K*
Viscosita' cinematica	*0.180*	*cm²/s*
Diffusivita' termica	*0.230*	*cm²/s*
Numero di Prandtl	*0.70*	

Proprieta' dell'acciaio		
Densita'	*7.87*	*g/cm³*
Calore specifico	*0.5*	*kJ/kg/K*

Numero di Nusselt (convezione naturale)
$Nu_D = 2 + 0.6 Gr_D^{1/4} Pr^{1/4}$

Numero di Nusselt (convezione forzata)
$Nu_D = 2 + \left(1.6 Re_D^{1/3} + 0.6 Re_D^{1/2} + 0.005 Re_D^{0.8}\right) \cdot Pr^{1/3}$

Soluzione

Parte a. La potenza fornita dalla resistenza eguaglia quella dissipata verso l'aria:

$$Q = hA\left(T_{sfera} - T_{aria}\right) \qquad (1.24)$$

Il coefficiente di scambio termico puo' essere calcolato utilizzando la correlazione data nel testo, dopo aver individuato il numero di Raylegh:

$$Ra_D = \frac{g\beta D^3\left(T_{sfera} - T_{aria}\right)}{\upsilon\alpha} \qquad (1.25)$$

$$Nu_D = 2 + 0.6 Gr_D^{1/4} Pr^{1/4} \qquad (1.26)$$

Quindi:

$$h = \frac{Nu_D k}{D} \qquad (1.27)$$

Parte b. Andiamo a scrivere un bilancio globale sulla sfera, immaginando che questa abbia comunque sempre una temperatura uniforme:

$$\frac{dH}{dt} = Q - h_{conv} A\left(T_{sfera} - T_{aria}\right) \tag{1.28}$$

$$m_{sfera} C_{P,sfera} \frac{dT}{dt} = Q - h_{conv} A\left(T - T_{aria}\right) \tag{1.29}$$

Nell'equazione sopra riportata con T si indica la temperatura della sfera e con hconv il nuovo coefficiente di scambio termico da valutarsi nelle condizioni di convezione forzata. Ovviamente l'equazione differenziale deve essere completata con una condizione iniziale:

$$\begin{cases} m_{sfera} C_{P,sfera} \dfrac{dT}{dt} = Q - h_{conv} A\left(T - T_{aria}\right) \\ T\left(t = 0\right) = T_{sfera}^{iniziale} \end{cases} \tag{1.30}$$

Il coefficiente di scambio termico puo' essere determinato attraverso la correlazione riportata nel testo:

$$Nu_D = 2 + \left(1.6 Re_D^{1/3} + 0.6 Re_D^{1/2} + 0.005 Re_D^{0.8}\right) \cdot Pr^{1/3} \tag{1.31}$$

$$h_{conv} = \frac{Nu_D k}{D} \tag{1.32}$$

Riscriviamo in una forma piu' comoda l'equazione differenziale:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{Q}{m_{sfera} C_{P,sfera}} - \frac{h_{conv} A}{m_{sfera} C_{P,sfera}}\left(T - T_{aria}\right) \tag{1.33}$$

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{h_{conv} A}{m_{sfera} C_{P,sfera}}\left(T - \left(T_{aria} + \frac{Q}{h_{conv} A}\right)\right) = -\frac{1}{\tau}\left(T - T_{\inf}\right) \tag{1.34}$$

dove:

$$\tau = \frac{m_{sfera} C_{P,sfera}}{h_{conv} A} \tag{1.35}$$

$$T_{\inf} = T_{aria} + \frac{Q}{h_{conv} A} \tag{1.36}$$

L'equazione differenziale puo' essere risolta attraverso il metodo di separazione delle variabili:

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{1}{\tau}\left(T - T_{\inf}\right) \tag{1.37}$$

$$\frac{dT}{T - T_{\inf}} = -\frac{dt}{\tau} \tag{1.38}$$

$$T = T_{\inf} + \left(T_{sfera}^{iniziale} - T_{\inf}\right) e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{1.39}$$

Esercizio 3 – Raffreddamento di una corrente di olio
Una corrente di olio percorre una lunga tubazione liscia in acciaio (conducibilità' termica pari a *60 W/m/K*), avente diametro interno pari a *D=(25+0.1x) cm* e spessore di *5 mm* alla velocità di (*10-0.1x) m/s*. Una parte del tubo, lunga (*1200-20x) m*, passa attraverso l'acqua di un lago alla temperatura di *10 °C*. Il coefficiente di scambio termico in corrispondenza del lato esterno (tubo/lago) e' stato stimato pari a circa *30 W/m²/K*. Sapendo che in corrispondenza della sezione di ingresso nel lago la temperatura dell'olio e' pari a *60°C*, si determini:

d. la temperatura dell'olio in corrispondenza della sezione di uscita dal lago;
e. la potenza termica scambiata dall'olio nel tratto di tubazione sommersa;
f. la potenza di pompaggio necessaria per vincere le perdite di pressione e assicurare il flusso dell'olio nel tubo, limitatamente al solo tratto preso in considerazione.

Per semplicità si assumano costanti le proprietà fisiche dell'olio. Inoltre si consideri il flusso dell'olio termicamente e idraulicamente sviluppato in corrispondenza della sezione di ingresso nel lago.

Scambio termico lato interno della tubazione		
$Nu_D = 3.66$	$Re_D \le 2300$	moto laminare
$Nu_D = 0.023 \cdot Re_D^{0.80} Pr^{1/3}$	$Re_D > 10000$	moto turbolento

Proprietà dell'olio		
Densità	*0.900*	*g/cm³*
Conducibilità termica	*0.145*	*W/m/K*
Viscosità dinamica	*0.170*	*Pa·s*
Calore specifico	*450*	*cal/kg/K*

Soluzione
Il numero di Reynolds e' dato dalla seguente espressione:

$$Re_D = \frac{\rho v D_i}{\mu} \qquad (2.1)$$

Il flusso risulta essere turbolento. Utilizzando la correlazione fornita e' possibile ricavare il numero di Nusselt e quindi il coefficiente di scambio dal lato interno.

$$Nu_D = 0.023 \cdot Re_D^{0.80} Pr^{1/3} \qquad (2.2)$$

$$h_i = \frac{Nu_D k}{D_i} \qquad (2.3)$$

La resistenza termica del tubo di acciaio e' data da:

$$R_{tubo} = \frac{\ln \frac{D_e}{D_i}}{2\pi L k_{acc}} \qquad (2.4)$$

La sezione di passaggio della tubazione e' data da:

$$A = \frac{\pi}{4} D_i^2 \tag{2.5}$$

Quindi la portata massiva risulta essere pari a:

$$\dot{m} = \rho A \cdot v \tag{2.6}$$

Il bilancio di energia, come visto durante le esercitazioni, e' il seguente:

$$\begin{cases} \dot{m} C_p \dfrac{dT}{dx} = -U_i \cdot \pi D_i \cdot \left(T - T_{acqua}\right) \\ T(0) = T_{in} \end{cases} \tag{2.7}$$

dove *Ui* e' il coefficiente globale di scambio termico valutato rispetto alla sezione interna:

$$\frac{1}{U_i A_i^{lat}} = \frac{1}{h_i A_i^{lat}} + R_{tubo} + \frac{1}{h_e A_e^{lat}} \tag{2.8}$$

$$U_i = \left(\frac{1}{h_i} + A_i^{lat} R_{tubo} + \frac{A_i^{lat}}{A_e^{lat}} \frac{1}{h_e} \right)^{-1} \tag{2.9}$$

In particolare nell'equazione sopra riportata il flusso termico (variabile lungo la tubazione) e':

$$q_i = U_i \left(T - T_{acqua}\right) \tag{2.10}$$

L'integrazione dell'equazione differenziale puo' essere effettuata mediante separazione delle variabili:

$$\frac{dT}{T - T_{acqua}} = -\frac{U_i \pi D_i}{\dot{m} C_p} dx \tag{2.11}$$

$$\frac{dT}{T - T_{acqua}} = -C_1 dx \tag{2.12}$$

dove per comodita' si e' introdotta la costante C1:

$$C_1 = \frac{U_i \pi D_i}{\dot{m} C_p} \tag{2.13}$$

$$\ln \frac{T - T_{acqua}}{T_{in} - T_{acqua}} = -C_1 x \tag{2.14}$$

$$T = T_{acqua} + \left(T_{in} - T_{acqua}\right) e^{-C_1 x} \tag{2.15}$$

In particolare, in corrispondenza della sezione di uscita:

$$T_{out} = T_{acqua} + \left(T_{in} - T_{acqua}\right) e^{-C_1 L} \tag{2.16}$$

La temperatura di uscita dell'olio e' sufficientemente vicina a quella di ingresso e quindi risulta essere corretta l'assunzione di proprieta' fisiche costanti dell'olio.

Il calore scambiato puo' essere determinato facilmente attraverso l'integrazione del flusso termico su tutta la superficie laterale della tubazione:

$$q_i(x) = U_i\left(T(x) - T_{acqua}\right) = U_i\left(T_{in} - T_{acqua}\right)e^{-C_1 x} \tag{2.17}$$

$$Q = \int_0^L q_i \cdot \pi D_i \cdot dx = \int_0^L U_i\left(T_{in} - T_{acqua}\right) \cdot \pi D_i \cdot e^{-\frac{U_i \pi D_i}{\dot{m} C_p} x} dx = \int_0^L C_2 e^{-C_1 x} dx \tag{2.18}$$

$$Q = \int_0^L C_2 e^{-C_1 x} dx = \left[-\frac{C_2}{C_1} e^{-C_1 x} \right]_0^L = -\frac{C_2}{C_1} e^{-C_1 L} + \frac{C_2}{C_1} = \frac{C_2}{C_1}\left(1 - e^{-C_1 L}\right) \tag{2.19}$$

$$Q = \frac{C_2}{C_1}\left(1 - e^{-C_1 L}\right) = \frac{U_i\left(T_{in} - T_{acqua}\right) \cdot \pi D_i}{\frac{U_i \pi D_i}{\dot{m} C_p}} \left(1 - e^{-\frac{U_i \pi D_i}{\dot{m} C_p} L}\right) \tag{2.20}$$

Essendo il flusso turbolento, si ha:

$$f = \frac{0.079}{Re_D^{0.25}} \tag{2.21}$$

Da qui si risale quindi alla caduta di pressione nel tubo e alla potenza di pompaggio richiesta:

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = 4 f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} \tag{2.22}$$

$$P = \left(\frac{\Delta p}{\gamma}\right) \dot{m} g \tag{2.23}$$

Esercizio 4 – Riscaldamento di una sferetta metallica

Una sferetta metallica di diametro pari a $D=(2+0.1\cdot x)$ *cm* è esposta alla radiazione solare per un flusso medio di calore pari a $(550+5\cdot x)$ W/m^2. L'oggetto è sospeso in ambiente ventilato d'aria alla temperatura di *25°C,* e il coefficiente di scambio termico intorno ad esso può essere stimato pari a circa 0.015 $kcal/m^2/s/°C$.

c. Si determini la temperatura di regime che la sfera raggiungerebbe in corrispondenza di un tempo infinitamente lungo.
d. Immaginando che la sferetta si trovi inizialmente alla stessa temperatura dell'aria (*25°C*), e che al tempo $t=0$ venga improvvisamente esposta alla radiazione solare, si stimi il tempo necessario perché essa possa raggiungere una temperatura di *30°C*. Si ipotizzi per semplicità che la sferetta sia a temperatura uniforme.

Si assuma che la sferetta abbia una densità pari a 7.80 g/cm^3 e un calore specifico di *450 J/kg/K.*

Soluzione

La sferetta riceve calore per radiazione solare e scambia calore con l'ambiente circostante. L'equazione di bilancio non stazionaria che caratterizza il fenomeno è pertanto la seguente:

$$\hat{C}_p m_{ac} \frac{dT}{dt} = \dot{Q}_{rad} \cdot S_{cil} - h S_{cil} \left(T - T_{aria} \right) \qquad (2.24)$$

C_P	calore specifico massivo dell'acciaio
m_{ac}	massa del cilindro d'acciaio
T	temperatura del cilindro d'acciaio
Q_R	flusso termico radiativo
S_{cil}	superficie del cilindro
h	coefficiente liminare di scambio
T_{aria}	temperatura dell'aria

In condizioni stazionarie si ha:

$$\dot{Q}_{rad} \cdot S_{cil} = h S_{cil} \left(T - T_{aria} \right) \quad \Rightarrow \quad T = T_{aria} + \frac{\dot{Q}_{rad}}{h} \qquad (2.25)$$

Il tempo necessario per raggiungere la temperatura richiesta in situazione non stazionaria, si deduce, come è ovvio, dall'integrazione dell'equazione di bilancio termico non stazionario:

$$\hat{C}_{p,ac} m_{ac} \frac{dT}{dt} + hS_{cil} T = \dot{Q}_{rad} \cdot S_{cil} + hS_{cil} T_{aria} \tag{2.26}$$

La risoluzione attraverso la separazione delle variabili è a questo punto abbastanza semplice:

$$\hat{C}_{p,ac} m_{ac} \frac{dT}{dt} = \dot{Q}_{rad} \cdot S_{cil} - hS_{cil} \left(T - T_{aria}\right) \tag{2.27}$$

$$T_{regime} = \frac{\dot{Q}_{rad}}{h} + T_{aria} \tag{2.28}$$

Mettendo insieme le due informazioni si ottiene:

$$\frac{\hat{C}_{p,ac} m_{ac}}{hS_{cil}} \frac{dT}{dt} = \frac{\dot{Q}_{rad}}{h} - T + T_{aria} = T_{regime} - T \tag{2.29}$$

l'equazione può essere integrata come segue:

$$\frac{\hat{C}_{p,ac} m_{ac}}{hS_{cil}} \int_{T^{in}}^{T} \frac{dT}{T_{regime} - T} = t \tag{2.30}$$

$$\frac{\hat{C}_{p,ac} m_{ac}}{hS_{cil}} \left[-\ln \frac{\left(T_{regime} - T\right)}{\left(T_{regime} - T^{in}\right)} \right] = t \tag{2.31}$$

Esercizio 5. Riscaldamento di un cilindro metallico

Un cilindro di acciaio, di lunghezza *20 cm* e diametro *2 cm*, inizialmente alla temperatura di *5°C*, viene posto in una corrente d'aria avente velocità pari a *5 m/s* e temperatura di *25°C*. Contemporaneamente sulla superficie del cilindro incide la radiazione solare, stimabile pari a *650 W/m²*. Si chiede di determinare il tempo necessario perché il cilindro si porti alla temperatura di *22°C*, trascurando i fenomeni di convezione naturale e assumendo che la sua temperatura sia uniforme. Per semplicità si trascurino le due superfici di base del cilindro.

	Correlazione	***Dimensione caratteristica***
Convezione forzata intorno ad un cilindro orizzontale	$\overline{Nu}_D = 0.30 + \frac{0.62\,\mathrm{Re}_D^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}}{\left[1+\left(\frac{0.40}{\mathrm{Pr}}\right)^{2/3}\right]^{1/4}}\left[1+\left(\frac{\mathrm{Re}_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$	*Diametro del cilindro*
Convezione naturale intorno ad un cilindro orizzontale	$\overline{Nu}_D = \left\{0.60 + \frac{0.387\,\mathrm{R}a_D^{1/6}}{\left[1+\left(\frac{0.559}{\mathrm{Pr}}\right)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2$	*Diametro del cilindro*

Risoluzione

Grazie alle ipotesi di temperatura uniforme è possibile servirsi di un bilancio di energia su tutto il cilindro, ovviamente in condizioni non stazionarie. L'energia viene fornita al cilindro attraverso la radiazione solare e grazie allo scambio termico per convezione forzata. Pertanto il bilancio energetico diventa il seguente:

$$\frac{d}{dt}\left(H_{cil}\right) = Q_{rad}S_{cil} + h\cdot S_{cil}\cdot\left(T_{air}-T_{cil}\right)$$

Dal momento che il calore specifico del cilindro e la sua massa sono indipendenti dal tempo, si ha:

$$m_{cil}Cp_{cil}\frac{dT_{cil}}{dt} = S_{cil}\cdot h\cdot\left(\frac{Q_{rad}}{h}+\left(T_{air}-T_{cil}\right)\right)$$

$$\frac{m_{cil}Cp_{cil}}{S_{cil}\cdot h}\frac{dT_{cil}}{dt} = \left(\frac{Q_{rad}}{h}+T_{air}-T_{cil}\right)$$

Questa equazione differenziale del primo ordine può essere risolta attraverso la separazione delle variabili; è possibile in questo modo ottenere l'espressione analitica della temperature del cilindro nel tempo:

$$\frac{dT_{cil}}{\frac{Q_{rad}}{h}+T_{air}-T_{cil}} = \frac{S_{cil}\cdot h}{m_{cil}Cp_{cil}}dt$$

$$-\ln\frac{\frac{Q_{rad}}{h}+T_{air}-T_{cil}}{\frac{Q_{rad}}{h}+T_{air}-T_{cil}^{0}} = \frac{S_{cil}\cdot h}{m_{cil}Cp_{cil}}t$$

In particolare il tempo necessario per portare il cilindro dalla temperatura iniziale a quella finale può essere calcolato semplicemente imponendo che la temperatura nell'espressione analitica riportata sopra sia proprio pari a quella finale richiesta:

$$t_F = \frac{m_{cil} Cp_{cil}}{S_{cil} \cdot h} \left[-\ln \frac{\frac{Q_{rad}}{h} + T_{air} - T_{cil}^F}{\frac{Q_{rad}}{h} + T_{air} - T_{cil}^0} \right]$$

Per poter calcolare questo tempo abbiamo bisogno di calcolare la massa e la superficie laterale del cilindro e il coefficiente di scambio termico h.

$$S_{cil} = \pi D L$$
$$V_{cil} = \frac{\pi D^2}{4} L$$
$$m_{cil} = V_{cil} \cdot \rho_{acc}$$

All'esterno del cilindro lo scambio termico è regolato dalla convezione forzata, per cui è necessario calcolare prima di tutto il numero di Reynolds. La temperatura a cui valutare le proprietà può essere presa pari alla media aritmetica delle temperature dello strato limite in corrispondenza della condizione iniziale e in corrispondenza di quella finale:

$$T_{\lim ite}^{in} = \frac{T_{air} + T_{cil}^0}{2} \qquad T_{\lim ite}^{fin} = \frac{T_{air} + T_{cil}^{fin}}{2} \qquad \overline{T} = \frac{T_{\lim ite}^{in} + T_{\lim ite}^{fin}}{2}$$

$$\mathrm{Re}_D = \frac{\rho_{air} v D}{\mu_{air}}$$

$$\overline{Nu}_D = 0.30 + \frac{0.62\,\mathrm{Re}_D^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3}}{\left[1 + \left(\frac{0.40}{\mathrm{Pr}}\right)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{\mathrm{Re}_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$$

$$h = \frac{Nu_D k_{air}}{D}$$

V = 6.283185e-005 m3
S = 1.256637e-002 m2
m = 4.944867e-001 kg
ReD = 6.655592e+003
NuD = 4.291749e+001
h = 5.506314e+001 W/m2K
t = 2.442679e+002 s

Esercizio 6. Dissipazioni termiche su un serbatoio cilindrico
Un serbatoio cilindrico, di lunghezza esterna *1 m* e diametro esterno *0.30 m*, è riempito con un olio avente temperatura di *60°C*. L'aria che circonda il serbatoio è in quiete ed ha una temperatura di *20°C* e lo spessore delle pareti in acciaio del serbatoio pari a *5 mm*. Trascurando i fenomeni di convezione naturale all'interno del serbatoio e assumendo che la temperatura del fluido al suo interno sia uniforme, si calcolino le dissipazioni termiche (corrispondenti alla situazione descritta) attraverso la superficie laterale del serbatoio.
Di quanto si abbassano le dissipazioni se la superficie esterna del cilindro viene rivestita con un sottile strato di *5.0 mm* di isolante?

	Correlazione	***Dimensione caratteristica***
Convezione forzata in una tubazione	$\overline{Nu}_D = 0.023\,\mathrm{Re}_D^{0.80}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$	*Diametro idraulico della tubazione*

Risoluzione
a. Dissipazione in assenza dell'isolante
Le dissipazioni termiche possono essere valutate attraverso la legge di Newton:

$$q = U_e A_e \left(T_{oil} - T_{air}\right) = U_i A_i \left(T_{oil} - T_{air}\right)$$

Si può scegliere se lavorare in funzione della superficie laterale esterna o interna del serbatoio. Nel seguito si prenderà in considerazione la prima possibilità.
Dal momento che la convezione naturale all'interno del cilindro può essere trascurata, la resistenza totale allo scambio termico prevede la somma di due soli contributi: quello relativo alla presenza della parete metallica e quello relativo allo strato limite esterno, regolato dalla convezione naturale:

$$\frac{1}{U_e A_e} = \frac{1}{h_e A_e} + R_{wall} + \cancel{\frac{1}{h_i A_i}}$$

$$\frac{1}{U_e} = \frac{1}{h_e} + A_e R_{wall}$$

$$A_e = \pi D_e L$$

$$R_{wall} = \frac{\ln\dfrac{D_e}{D_i}}{2\pi k_{acc} L}$$

$$\frac{1}{U_e} = \frac{1}{h_e} + \pi D_e L \frac{\ln\dfrac{D_e}{D_i}}{2\pi k_{acc} L} = \frac{1}{h_e} + \frac{D_e \ln\dfrac{D_e}{D_i}}{2k_{acc}}$$

In questa espressione deve essere calcolato soltanto il coefficiente di scambio termico. Tutto il resto è noto. Dal momento che si ha un problema di convezione naturale è necessario calcolare il numero di Rayleigh; la temperatura da prendere in considerazione per il calcolo delle proprietà fisiche può essere assunta pari alla media aritmetica tra quella dell'olio e quella dell'aria.

$$h_e = \frac{Nu_{De} k_{air}}{D_e}$$

$$\overline{Nu}_D = \left\{ 0.60 + \frac{0.387\, Ra_D^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0.559}{\Pr}\right)^{9/16}\right]^{8/27}} \right\}^2$$

$$Ra_D = Gr_D \Pr = \frac{g\beta \left(T_{oil} - T_{air}\right) D^3}{\upsilon^2} \Pr$$

b. Dissipazione in presenza dell'isolante

Nel caso in cui venga considerato lo strato di isolante, alle due resistenze termiche calcolate precedentemente si somma una terza dovuta alla presenza stessa dell'isolante:

$$\frac{1}{U_e^{new}} = \frac{1}{h_e} + A_e R_{wall} + A_e R_{iso}$$

$$R_{iso} = \frac{\ln \frac{D_e + 2s_{isol}}{D_e}}{2\pi k_{iso} L}$$

$$\frac{1}{U_e^{new}} = \frac{1}{h_e} + \frac{D_e \ln \frac{D_e}{D_i}}{2k_{acc}} + \frac{D_e \ln \frac{D_e + 2s_{iso}}{D_e}}{2k_{iso}}$$

$$q = U_e^{new} A_e \left(T_{oil} - T_{air}\right)$$

Tm = 4.000000e+001 °C
Di = 2.900000e+001 cm
Se = 9.424778e-001 m2
Beta = 3.194888e-003 1/K
GrD = 9.307800e+005
RaD = 6.561999e+005
NuD = 1.291165e+001
he = 1.004527e+000 W/m2K
Rw = 6.727680e-005 K/W
Ue = 1.004463e+000 W/m2K
q = 3.786735e+001 W
RwIso = 2.609331e-001 K/W
UeIso = 8.054896e-001 W/m2K
qIso = 3.036624e+001 W

Esercizio 7. Condensazione di una corrente di vapore

Due porte di olio utilizzato in una produzione industriale di portata pari a *2 kg/s* e *1 kg/s* e temperatura *95°C* e *80°C* vengono miscelate prima di entrare in uno scambiatore.

A. Si determini la temperatura della corrente di olio in seguito al miscelamento.

B. Tale corrente deve essere portata alla temperatura di *50°C* e per realizzare questa operazione si ricorre all'uso di uno scambiatore di calore a tubi concentrici in cui viene fatta passare dell'acqua di raffreddamento. Il tubo più piccolo, in cui viene fatto passare l'olio, ha un diametro interno di *50 mm* e uno spessore di *1.50 mm*; la tubazione più grande ha invece un diametro interno di *100 mm*. L'acqua viene fatta circolare in controcorrente ed entra alla temperatura di *15°C*. Trascurando le dissipazioni termiche verso l'esterno, si determini la minima portata di acqua che deve essere impiegata, sapendo che la sua temperatura di uscita, a causa dei limiti di legge, non può essere superiore a *40°C*.

C. Si stimi il coefficiente di scambio termico globale riferito all'area laterale esterna del tubo più piccolo.

D. Si determini la superficie minima necessaria, e quindi la lunghezza dei tubi, in grado di assicurare il raffreddamento richiesto.

	Correlazione	***Dimensione caratteristica***
Convezione forzata in una tubazione	$\overline{Nu}_D = 0.023\,\mathrm{Re}_D^{0.80}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$	*Diametro idraulico della tubazione*

Risoluzione

A. La temperatura di uscita dal miscelatore può essere ottenuta semplicemente facendo un bilancio entalpico su tutta l'apparecchiatura:

$$m_{oil} = m_1 + m_2$$

$$m_{oil} Cp_{oil} T_{oil}^{in} = m_1 Cp_{oil} T_1 + m_2 Cp_{oil} T_2$$

$$T_{oil}^{in} = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_{oil}}$$

B. La portata di acqua minima è quella che si ottiene in corrispondenza di una temperature dell'acqua pari a quella massima consentita. Attraverso un bilancio termico su tutto lo scambiatore si ha:

$$m_{oil} Cp_{oil} \left(T_{oil}^{in} - T_{oil}^{out} \right) = m_w Cp_w \left(T_w^{out} - T_w^{in} \right)$$

$$m_w = \frac{m_{oil} Cp_{oil} \left(T_{oil}^{in} - T_{oil}^{out} \right)}{Cp_w \left(T_w^{out} - T_w^{in} \right)}$$

C. Il coefficiente di scambio termico globale può essere stimato calcolando le tre resistenze allo scambio di calore (in questo caso viene valutato rispetto alla superficie esterna del tubo più piccolo, ma può essere presa in considerazione qualsiasi altra superficie):

$$\frac{1}{U_e A_e} = \frac{1}{h_e A_e} + R_{wall} + \frac{1}{h_i A_i}$$

$$\frac{1}{U_e} = \frac{1}{h_e} + A_e R_{wall} + \frac{A_e}{h_i A_i}$$

$$\frac{1}{U_e} = \frac{1}{h_e} + \frac{D_e \ln \frac{D_e}{D_i}}{2k_{acc}} + \frac{D_e}{D_i \cdot h_i}$$

Per poter determinare Ue è necessario calcolare I due coefficienti di scambio interno e esterno, cioè rispettivamente lato olio e lato acqua. Partiamo dal primo. Il condotto è a sezione circolare per cui il calcolo del numero di Reynolds può essere fatto direttamente sul diametro interno:

$$v_{oil} = \frac{m_{oil}}{\rho_{oil} S_{oil}} = \frac{m_{oil}}{\rho_{oil} \frac{\pi D_i^2}{4}}$$

$$\mathrm{Re}_{oil} = \frac{\rho_{oil} v_{oil} D_i}{\mu_{oil}}$$

$$Nu_{oil} = 0.023 \mathrm{Re}_{oil}^{0.80} \mathrm{Pr}_{oil}^{1/3}$$

$$h_{oil} = \frac{Nu_{oil} D_i}{k_{oil}}$$

L'acqua passa attraverso una tubazione avente una sezione anulare. Per poter applicare le correlazioni usate per le tubazioni a sezione circolare è necessario calcolare il diametro idraulico:

$$D_{hyd} = 4\frac{S_w}{p_w} = 4\frac{\frac{\pi}{4}\left(D_m^2 - D_e^2\right)}{\pi\left(D_m + D_e\right)} = \frac{\left(D_m^2 - D_e^2\right)}{\left(D_m + D_e\right)} = \frac{\left(D_m + D_e\right)\left(D_m - D_e\right)}{\left(D_m + D_e\right)} = \left(D_m - D_e\right)$$

Si calcola quindi la velocità media e si stima il numero di Reynolds:

$$v_w = \frac{m_w}{\rho_w S_w} = \frac{m_w}{\rho_w \frac{\pi}{4}\left(D_m^2 - D_e^2\right)}$$

$$\mathrm{Re}_w = \frac{\rho_w v_w D_{hyd}}{\mu_w}$$

$$Nu_w = 0.023 \mathrm{Re}_w^{0.80} \mathrm{Pr}_w^{1/3}$$

$$h_w = \frac{Nu_w D_{hyd}}{k_w}$$

D. La superficie di scambio, noto il coefficiente di scambio termico, può essere determinata immediatamente sfruttando la seconda relazione per gli scambiatori di calore:

$$Q = U_e A_e \Delta T_{\ln}$$

$$A_e = \frac{Q}{U_e \Delta T_{\ln}}$$

La potenza trasferita Q è stata ricavata al punto A. La differenza logaritmica di temperatura può essere calcolata come segue:

$$\Delta T_{\ln} = \frac{\left(T_{oil}^{in} - T_w^{out}\right) - \left(T_{oil}^{out} - T_w^{in}\right)}{\ln \dfrac{T_{oil}^{in} - T_w^{out}}{T_{oil}^{out} - T_w^{in}}}$$

Di conseguenza la lunghezza è la seguente:

$$L = \frac{A_e}{\pi D_e}$$

mo = 3.000000e+000 kg/s
ToIn = 9.000000e+001°C
mw=2.064023e+000 kg/s
Q=2.160000e+005 W
vo=1.736236e+000 m/s
Reo=7.639437e+003
Nuo=5.567396e+001
ho=1.558871e+002 W/m2K
vw=3.654562e-001 m/s
dh=4.700000e-002 m
Rew=1.717644e+004
Nuw=9.972890e+001
hw=4.243783e+002 W/m2K
Ue=1.089867e+002 W/m2K
dTlog=4.205510e+001 °C
Ae=4.712613e+001 m2
L=2.830323e+002 m