Esercitazione di Meccanica dei fluidi con Fondamenti di Ingegneria Chimica

Esercitazione 2 - 15 Ottobre 2015

Equilibrio idrostatico

Esercizio 1 – Determinazione della pressione in un fluido

Si vuole determinare la pressione in un punto affondato sotto la superficie di un fluido di 8 m. Il peso specifico del fluido è pari *11832 N/m*^{3}.

Soluzione

La pressione è data da $p = \gamma h = 94656$ N/m^2.

Esercizio 2 – Determinazione della pressione in un fluido

Un recipiente chiuso, alto 5 m, contiene nella metà superiore benzina (*γ = 7850 N/m^3*) e nella metà inferiore acqua (*γ = 9806 N/m^3*). Se sul fondo del recipiente la pressione relativa è pari a *$7 \cdot 10^5$ Pa*, si calcoli quanto vale la pressione nel punto più alto del recipiente.

Soluzione

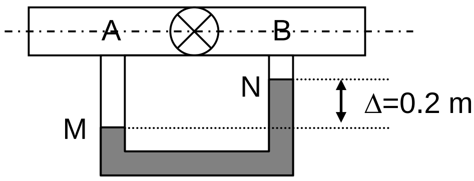
$$p = p_f - \gamma_a \frac{h}{2} - \gamma_b \frac{h}{2} = 7 \cdot 10^5 - 2.5\left(9806 + 7850\right) = 6.56 \cdot 10^5$$

Esercizio 3 – Determinazione della differenza di pressione attraverso un manometro

Per misurare la differenza di pressione a cavallo di una valvola in cui scorre acqua (*γ = 9806 N/m^3*), si utilizza un tubo a U riempito di mercurio (*γ = 133000 N/m^3*). Il manometro indica *0.2 m* di dislivello. Quant'è la differenza di pressione?

Soluzione

Si prendano in considerazioni due punti A e B situati per esempio sull'asse della tubazione. Il punto A dista z_A dal menisco M del mercurio. Il punto B dista z_B dal menisco N del mercurio. La pressione nel punto A sarà pari a:



$$p_A = p_M - \gamma z_A$$

Nel punto B si avrà invece:

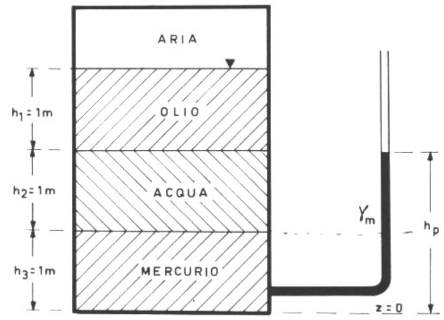
$$p_B = p_M - \Delta\gamma_m - \gamma z_B$$

La differenza di pressione fra i due punti sarà (essendo anche z_A-z_B=□) data pertanto da:

$$p_A - p_B = \Delta\left(\gamma_m - \gamma\right) = 24638.8 \text{ Pa}$$

Esercizio 4 – Uso del piezometro

In un recipiente chiuso si hanno tre liquidi sovrapposti in strati di uguale altezza (pari a *1 m*) con pesi specifici rispettivamente pari a *7845*, *9806* e *133362 N/m³*, mentre nella parte rimanente di trova aria. Conoscendo la quota raggiunta dal mercurio nel piezometro (pari a *1.2 m*), si determino le quote dei piani dei carichi idrostatici dei tre liquidi rispetto al riferimento *z=0* e la pressione dell'aria.



Soluzione

La pressione all'interfaccia acqua-mercurio vale:

$$p_3 = \gamma_m \left(h_p - h_3\right) = 26672 \text{ Pa}$$

La pressione all'interfaccia olio-acqua: $p_2 = p_3 - \gamma_a h_2 = 16866 \text{ Pa}$

La pressione all'interfaccia olio-aria: $p_1 = p_2 - \gamma_o h_1 = 9021 \text{ Pa}$

Le quote dei carichi idrostatici dei singoli fluidi si ottengono dividendo i valori delle pressioni alle interfacce per i rispettivi pesi specifici.

Se fosse nota l'altezza del piano dei carichi idrostatici relativa ad ogni fluido contenuto nel sistema, si avrebbe:

$p_3 = h'_m \gamma_m \quad \Rightarrow \quad h'_m = \dfrac{p_3}{\gamma_m}$ (dove h'_m è la distanza dell'interfaccia mercurio-acqua dal piano dei carichi idrostatici relativo al mercurio)

$p_2 = h'_a \gamma_a \quad \Rightarrow \quad h'_a = \dfrac{p_2}{\gamma_a}$ (dove h'_a è la distanza dell'interfaccia olio-acqua dal piano dei carichi idrostatici relativo all'acqua)

$p_1 = h'_o \gamma_o \quad \Rightarrow \quad h'_o = \dfrac{p_1}{\gamma_o}$ (dove h'_o è la distanza dell'interfaccia aria-olio dal piano dei carichi idrostatici relativo all'olio)

Volendo riferire tutto z=0 risulta:

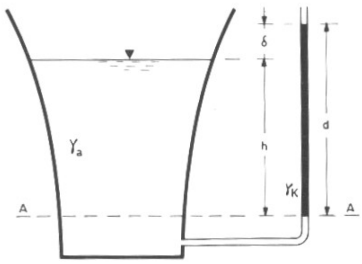
$h_m = \dfrac{p_3}{\gamma_m} + h_3 = 1.2\,\text{m}$ (cioè il livello del manometro come è ovvio)

$h_a = \dfrac{p_3}{\gamma_a} + h_2 = 3.72\,\text{m}$

$h_o = \dfrac{p_2}{\gamma_o} + h_1 + h_2 = 4.15\,\text{m}$

Esercizio 5 – Uso del piezometro

Un piezometro è collegato ad un recipiente pieno di acqua. Il piezometro è pieno di kerosene *(γ= 8040 N/m^3)* per un'altezza *d=2 m* sopra il menisco di separazione. Calcolare la differenza *d* di quota delle superficie libere dell'acqua e del kerosene.



Soluzione

Se si considera un punto sulla sezione A, la pressione può essere scritta in alternativa come:

$$p_A = \gamma_a h$$
$$p_A = \gamma_k d$$

Uguagliando le due espressioni si ottiene:

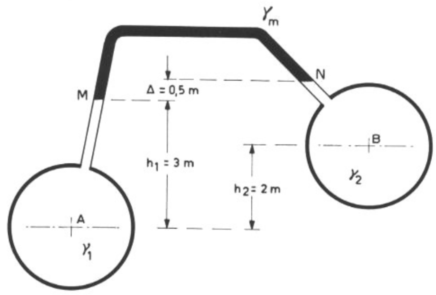
$$h = \frac{\gamma_k}{\gamma_a} d = 1{,}64 \text{ m}$$

e quindi:

δ=d-h=0,36 m

Esercizio 6 – Differenza di pressione tra due recipienti

Determinare la differenza (p_A-p_B) nei punti A e B dei recipienti indicati in figura (γ_1 = 9806 N/m3, γ_2 = 14710 N/m^3, γ_m = 8335 N/m^3)



Soluzione

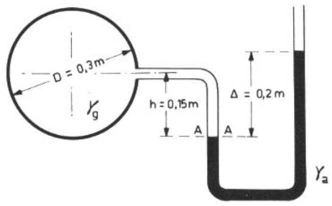
$$p_A = p_M + \gamma_1 h_1$$

$$p_N = p_M - \gamma_m \Delta$$

$$p_B = p_N + \gamma_2 (h_1 + \Delta - h_2)$$

$$p_A - p_B = \cdots$$

Esercizio 7 – Pressione in una condotta



In una condotta cilindrica orizzontale contenente gas in quiete (γ_g= 39 N/m^3) si misura la pressione con un manometro semplice ad acqua (γ_a = 9806 N/m^3) sul quale si legge un dislivello pari a Δ. Valutare l'errore che si commette nel calcolo della pressione, in corrispondenza alla generatrice superiore della condotta, quando si trascuri il peso specifico del gas.

Soluzione

$$p_A = p_{atm} + \gamma_a \Delta$$

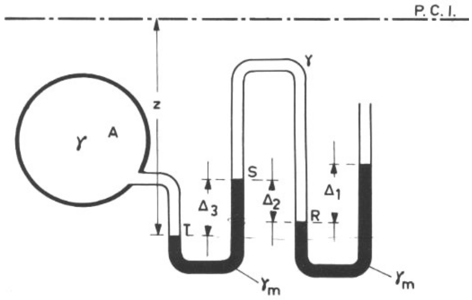
$$p_{center} = p_A + \gamma_g h = p_{atm} + \gamma_a \Delta + \gamma_g h$$

$$p_{sup} = p_A + \gamma_g \left(h + \frac{D}{2}\right) = p_{atm} + \gamma_a \Delta + \gamma_g \left(h + \frac{D}{2}\right)$$

$$p_{sup} - p_{center} = \gamma_g \frac{D}{2}$$

Esercizio 8 – Determinazione del piano dei carichi idrostatici

Determinare la quota z del piano dei carichi idrostatici del liquido di peso specifico γ = 9806 N/m^3, contenuto nel recipiente A, essendo noti i dislivelli Δ_1 = 0,35 m, Δ_2 = 0,25 m e Δ_3 = 0,30 m del manometro multiplo ad esso connesso (γ_m = 133362 N/m^3)



Soluzione

$$p_R = p_{atm} + \gamma_m \Delta_1$$

$$p_S = p_R - \gamma \Delta_2$$

$$p_T = p_S + \gamma_m \Delta_3$$

$$p_T = p_S + \gamma_m \Delta_3 = p_R - \gamma \Delta_2 + \gamma_m \Delta_3 = p_{atm} + \gamma_m \Delta_1 - \gamma \Delta_2 + \gamma_m \Delta_3 = p_{atm} + \gamma_m (\Delta_1 + \Delta_3) - \gamma \Delta_2$$

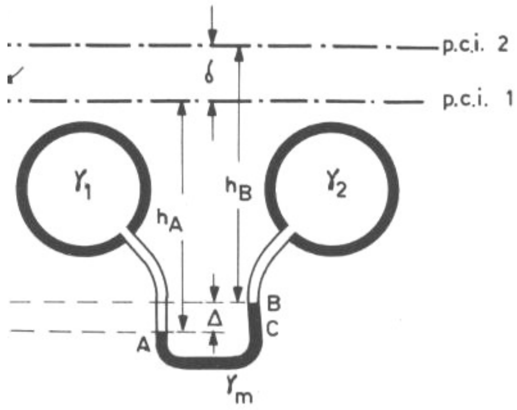
$$p_A(z) = p_T - z\gamma$$

$$p_T - \tilde{z}\gamma = p_{atm}$$

$$\tilde{z} = \frac{p_T - p_{atm}}{\gamma} = \frac{\gamma_m (\Delta_1 + \Delta_3) - \gamma \Delta_2}{\gamma}$$

Esercizio 9 – Uso del manometro

I recipienti A e B contenenti ambedue liquido dello stesso peso specifico γ, sono collegati da un micromanometro differenziale realizzato secondo lo schema di figura. Individuare la relazione che fornisce l'indicazione del manometro in funzione delle caratteristiche del sistema.



Soluzione

$$p_A = p_{atm} + \gamma_1 h_A$$

$$p_B = p_{atm} + \gamma_2 h_B$$

$$p_B = p_A + \gamma_m \Delta$$

$$p_{atm} + \gamma_2 h_B = p_{atm} + \gamma_1 h_A + \gamma_m \Delta$$

$$\gamma_2 h_B = \gamma_1 h_A + \gamma_m \Delta$$

$$\gamma_2 = \gamma_1 = \gamma$$

$$\gamma(h_B - h_A) = \gamma_m \Delta$$

$$h_B + \Delta = h_A + \delta$$

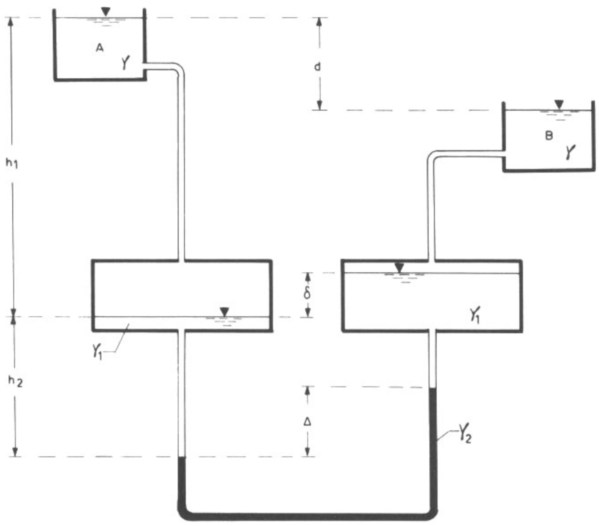
$$h_B - h_A = \delta - \Delta$$

$$\gamma(\delta - \Delta) = \gamma_m \Delta$$

$$\Delta = \frac{\gamma}{\gamma_m + \gamma}\delta$$

Esercizio 10 – Determinazione del piano dei carichi idrostatici

Assegnata la posizione del piano dei carichi idrostatici del liquido di peso specifico γ_1 = 9806 N/m^3, sovrastante il menisco A di h_A = 2 m nel sistema in figura, noti Δ=0.01 m, γ_m = 133362 N/m^3, e γ_2 = 7845 N/m^3, determinare la posizione del piano dei carichi idrostatici del liquido di peso specifico γ_2 e tracciare i diagrammi delle pressioni.



Soluzione

$$\gamma h_1 + \gamma_1 h_2 = \gamma_2 \Delta + \gamma_1 (h_2 + \delta - \Delta) + \gamma (h_1 - d - \delta)$$

Esercizio 11 – Applicazione del principio di Archimede (I)
Un cubo di legno emerge dall'acqua in misura pari a *1/3* del suo volume *V*. Determinare la densità δ_L del legno di cui è fatto.

Soluzione

$$\rho_L L^3 = \rho_A \frac{2}{3} L^3$$

$$\rho_L = \frac{2}{3} \rho_A$$

Esercizio 12 – Applicazione del principio di Archimede (II)
Usando una palla di sughero (ρ_s = *240 kg/m³*) si vuole tenere sospeso in acqua un cubo di piombo (ρ_p = *11000 kg/m³*) di lato pari a *4 cm*. Si calcoli il minimo raggio della palla di sughero che consente questa operazione.

Soluzione

$$\rho_{sugh}\frac{4}{3}\pi D^3 + \rho_{Pb}L^3 \leq \rho_{H2O}\frac{4}{3}\pi D^3$$

$$\rho_{Pb}L^3 \leq \frac{4}{3}\pi D^3(\rho_{H2O} - \rho_{sugh})$$

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{\rho_{Pb}}{\rho_{H2O} - \rho_{sugh}}\frac{3L^3}{4\pi}}$$

Esercizio 13 – Applicazione del principio di Archimede (III)
Un galleggiante è costituito da un bulbo e da un'asta di sezione costante $0.50\ cm^2$. Il volume totale del sistema asta + bulbo è $14\ cm^3$. Immerso in acqua, il sistema emerge di *8 cm*; in un altro liquido emerge invece soltanto di *4 cm*. Si determini il rapporto tra le densità dei due liquidi.

Soluzione
$r = 0.833$