Esercitazione di Meccanica dei fluidi con Fondamenti di Ingegneria Chimica

Esercitazione 2 (FIC) - 10 Dicembre 2015

Scambio Termico: Convezione naturale e forzata

Esercizio 1 – Convezione naturale su lastra verticale
Una fornace industriale presenta una finestra di vetro dell'altezza di *0.71 m* e larghezza pari a *1.02 m* utilizzata per ispezionarne l'interno. All'interno del forno viene raggiunta la temperatura di *232°C*. Se la temperatura all'esterno è pari a *23°C* si stimi il coefficiente di scambio termico attraverso la finestra e la corrispondente potenza termica dissipata attraverso di essa.

Esercizio 2 – Dissipazioni termiche su lastra orizzontale
Si immagini di avere un flusso di aria lungo un condotto a sezione rettangolare la cui lunghezza sia molto maggiore delle dimensioni trasversali e di dimensioni pari a *0.75 m* di larghezza e *0.30 m* di altezza. La superficie esterna del condotto è mantenuta ad una temperatura di *45°C*. Si chiede di stimare la dissipazione di calore per unità di lunghezza di tale condotto nel caso in cui l'aria che lo circonda abbia una temperatura di *15°C*.

Esercizio 3 – Raffreddamento di una lattina di birra
Una lattina di birra di diametro *60 mm* e altezza *150 mm* inizialmente alla temperatura ambiente di *27°C* deve essere raffreddata all'interno di un frigorifero la cui temperatura è di *3°C*. Si chiede di determinare se il raffreddamento avverrà più velocemente posizionando la lattina in posizione verticale oppure orizzontale.

Esercizio 4 – Dissipazioni termiche su un albero rotante
La temperatura massima di un albero rotante dal diametro di *20 mm* operante in aria alla temperatura di *27°C* non può superare gli *87°C*. Nello stesso tempo è desiderabile riuscire a sfruttare tale albero per dissipare verso l'esterno la maggior quantità possibile di calore.

a. Per un albero rotante orizzontale una buona stima del numero di Nusselt medio è data dalla seguente correlazione:

$$Nu_D = 0.133 \mathrm{Re}_D^{0.667} \mathrm{Pr}^{1/3} \qquad\qquad \mathrm{Re}_D = \frac{\Omega D^2}{\upsilon}$$

   dove Ω è la velocità di rotazione in *rad/s*. Si determini il coefficiente di scambio termico e la massima velocità di dissipazione del calore per unità di lunghezza in funzione della velocità di rotazione dell'albero per velocità comprese tra *5000* e *15000 giri/min*.

b. Si stimi il coefficiente di scambio termico e la potenza dissipata quando l'albero e' fermo.
c. Se l'aria dell'ambiente non è in quiete ma l'albero comunque fermo, quali velocità dell'aria sono necessarie per rimuovere il calore calcolato nel punto *a*?

Esercizio 5 – Scambio di calore su lastra piana orizzontale
Una lastra di alluminio di lunghezza pari a *0.50 m* e larghezza *0.20 m* è soggetta ad una corrente di aria alla temperatura di *23°C* e velocità di *10 m/s*. Il moto risulta essere turbolento sull'intera lastra. Una serie di resistenze elettriche è posizionata sotto tale lastra in modo tale da garantire che questa venga a trovarsi ad una temperatura uniforme. In particolare si è interessati alla resistenza che si estende dalla posizione $x_1=0.20$ *m* alla posizione $x_2=0.30$ *m*.

a. Si stimi la potenza che deve essere fornita per mantenere la temperatura di quella porzione della lastra ad un valore pari a *47°C*.

b. Che cosa succede se di colpo viene spenta la ventola che mantiene il flusso d'aria sulla lastra? A quale temperatura si porterà la porzione tra x_1 e x_2? Si assuma l'aria in quiete a *23°C*.

Esercizio 6 - Convezione naturale intorno ad una sfera

Una sfera di diametro pari a *3 cm*, si trova immersa in aria in quiete. Una resistenza elettrica interna fa sì che la temperatura sulla sua superficie è costante è pari a *100°C*. L'aria circostante si trova ad una temperatura pari a *25°C* ed *1 atm*. Si vuole sapere, trascurando l'irraggiamento, qual è la quantità di calore richiesta. Si assuma il seguente numero di Nusselt: $Nu = 2+0.6\,Gr^{1/4}Pr^{1/4}$.

Dati aria	
Viscosità:	*0.019 cP*
Calore specifico:	*0.241 cal/g/°C*
Conducibilità:	*0.022 kcal/h/m/K*

Esercizio 7 – Raffreddamento di fumi lungo un camino

Dei fumi caldi derivanti da una lavorazione industriale devono essere scaricati verso l'esterno attraverso un camino alto 6 m e con diametro interno pari a 0.5 m. E' necessario stimare la temperatura media dei fumi in uscita dal camino T_{mo} perché da questa dipende l'efficacia della dispersione degli effluenti nell'ambiente esterno. Allo stesso tempo è però importante anche la stima della temperatura in uscita in corrispondenza della parete interna del camino T_{so} (è la più bassa sulla sezione di uscita) per controllare che sia tale da non consentire la condensazione dei fumi in uscita. La portata dei fumi da scaricare sia pari a 0.50 kg/s e la temperatura in ingresso pari a 600°C.

a. Si calcolino T_{mo} e T_{so} immaginando che l'aria all'esterno del camino sia a 4°C e abbia una velocità di 5 m/s.
b. Le temperatura di uscita dipendono molto dalla temperatura e velocità dell'aria all'esterno. Si riportino in un grafico le temperatura di uscita in funzione della velocità dell'aria esterna (tra 2 e 10 m/s) per le tre seguenti temperature: -25°C, 5°C, 35°C.

Esercizio 8 – Misura di velocità tramite "filo caldo"

Un sottile filo metallico di diametro D viene utilizzato per misurare la velocità della corrente all'interno della quale è inserito in maniera indiretta attraverso lo studio delle modalità secondo cui avviene lo scambio termico tra il filo stesso e la corrente fluida. Nel filo viene fatta passare della corrente elettrica e ciò ne determina un riscaldamento; la corrente di fluido tende però ad assorbire tale energia termica per convezione forzata. Sulla base di misure elettriche può essere determinata la temperatura di superficie del filo metallico e la potenza dissipata e in questo modo utilizzando le opportune correlazioni per la descrizione del coefficiente di scambio termico dal filo cilindrico è possibile risalire alla velocità della corrente.

a. Si scriva l'espressione della velocità del fluido in funzione della differenza di temperatura tra filo metallico e corrente fluida.
b. Qual è la velocità della corrente d'aria immaginando che la sua temperatura sia pari a 25°C, quella del filo metallico di 40°C e la potenza dissipata pari a 35 W per metro di filo?

Esercizio 9 – Convezione forzata su una sfera

Una sfera di 10 mm di diametro è investita da una corrente d'aria a 25 m/s e 25°C. La superficie della sfera è mantenuta ad una temperatura di 75°C.

a. Qual è il coefficiente di scambio termico?
b. Si riporti in un grafico il coefficiente di scambio termico per velocità dell'aria comprese tra 1 e 25 m/s.

Esercizio 10 – Scioglimento di una sfera di ghiaccio

Una sfera di ghiaccio, di diametro iniziale pari a 0.1 m, è immersa ed immobilizzata in una corrente di acqua a 15°C ($\nu = 10^{-6}\ m^2/s$, $K_L = 0.143\ 10^{-3}$ kcal/m/s/K, $\Delta H_f = 1436.3$ kcal/kmol). La velocità di scorrimento dell'acqua è pari a 0.5 m/s. Si valuti, approssimativamente, il tempo necessario per la fusione completa del ghiaccio ($\rho = 920\ kg/m^3$).

Esercizio 11 – Raffreddamento di un serbatoio

Si consideri un serbatoio cilindrico disposto orizzontalmente e sollevato da terra, contenente un idrocarburo. Se l'aria esterna si trova in quiete ad una temperatura di 25°C, si determini in quanto tempo il fluido all'interno del serbatoio passa da una temperatura iniziale di 80°C ad una finale di 70°C.Si consideri il serbatoio come un corpo grigio di potere emissivo pari a 0.50 e si considerino trascurabili le resistenze al trasporto di calore sia interna che del metallo.

Dati		
Diametro del serbatoio	*2*	*m*
Lunghezza del serbatoio	*5*	*m*
Costante di Stefan-Boltzmann	$5.7 \cdot 10^{-8}$	$W/m^2/K^4$
Densità dell'idrocarburo	*0.60*	g/cm^3
Calore specifico idrocarburo	*0.80*	*kcal/K/kg*

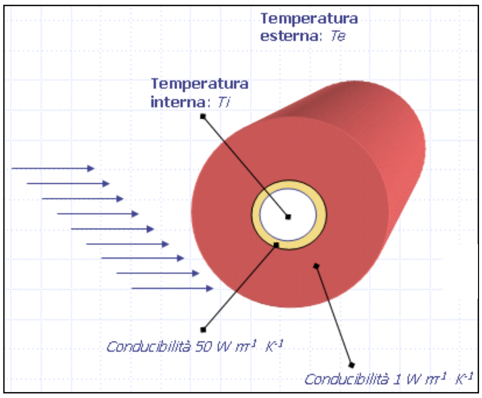
Esercizio 12 – Riscaldamento di aria in una tubazione

Dell'aria, alla pressione di 1 atm. e ad una temperatura pari a 150°C, entra in un tubo avente un diametro pari a 5.08 cm. Essa si muove nel tubo, nel quale viene riscaldata, con una velocità pari a 8 m/s. Si determini la quantità di calore trasferita per unità di lunghezza del tubo assumendo che il flusso termico alla parete sia costante e che la temperatura di parete sia sempre 20°C più alta di quella dell'aria. Quale è la temperatura dell'aria dopo avere percorso 2 m di tubazione?

Dati aria	
viscosità	$2.38\ 10^{-5}$ kg/m/s
calore specifico	1.017 kJ/kg/°C
conducibilità termica	0.0352 W/m/°C

Esercizio 13 – Spessore minimo di isolante

Una tubazione adibita al trasporto di un liquido refrigerante è soggetta alle intemperie oltre ad una perdita di frigoria dovuta allo scambio termico con l'atmosfera. Per ovviare a questo problema si ricopre la tubazione in acciaio con uno strato di isolante. Calcolare lo spessore di isolante che minimizza le dissipazioni termiche. Si tenga presente che il coefficiente di scambio convettivo esterno è stimato $5 W/m^2/K$.



Tensione di vapore dell'acqua

$$\ln\left(P_{ev}\right) = A - \frac{B}{T + C}$$

$$A = 18.3036$$
$$B = 3816.44$$
$$C = -46.13$$

(temperatura in *K* e tensione di vapore in *mmHg*)

Proprieta' dell'aria

T(K)	*Calore specifico (kJ/kg/K)*	*Viscosità dinamica (Pa·s) ·10^7*	*Viscosità cinematica (m^2/s) ·10^6*	*Conducibilità termica (W/m/K) ·10^3*	*Diffusività termica (m^2/s)*	**Numero di Prandtl**
250	*1.006*	*159.6*	*11.44*	*22.3*	*15.9*	*0.720*
300	*1.007*	*184.6*	*15.89*	*26.3*	*22.5*	*0.707*
350	*1.009*	*208.2*	*20.92*	*30.0*	*29.9*	*0.700*
400	*1.014*	*230.1*	*26.41*	*33.8*	*38.3*	*0.690*
450	*1.021*	*250.7*	*32.39*	*37.3*	*47.2*	*0.686*
500	*1.030*	*270.1*	*38.79*	*40.7*	*56.7*	*0.684*
550	*1.040*	*288.4*	*45.57*	*43.9*	*66.7*	*0.683*
600	*1.051*	*305.8*	*52.69*	*46.9*	*76.9*	*0.685*
650	*1.063*	*322.5*	*60.21*	*49.7*	*87.3*	*0.690*

Esercitazione di Meccanica dei fluidi con Fondamenti di Ingegneria Chimica

Esercitazione 8 - 12 Dicembre 2013

Scambio Termico: Convezione naturale e forzata

Tensione di vapore dell'acqua

$$\ln\left(P_{ev}\right) = A - \frac{B}{T + C}$$

$$A = 18.3036$$
$$B = 3816.44$$
$$C = -46.13$$

(temperatura in *K* e tensione di vapore in *mmHg*)

Proprietà dell'aria

T(K)	*Calore specifico (kJ/kg/K)*	*Viscosità dinamica (Pa·s) ·10^7*	*Viscosità cinematica (m^2/s) ·10^6*	*Conducibilità termica (W/m/K) ·10^3*	*Diffusività termica (m^2/s)*	**Numero di Prandtl**
250	*1.006*	*159.6*	*11.44*	*22.3*	*15.9*	*0.720*
300	*1.007*	*184.6*	*15.89*	*26.3*	*22.5*	*0.707*
350	*1.009*	*208.2*	*20.92*	*30.0*	*29.9*	*0.700*
400	*1.014*	*230.1*	*26.41*	*33.8*	*38.3*	*0.690*
450	*1.021*	*250.7*	*32.39*	*37.3*	*47.2*	*0.686*
500	*1.030*	*270.1*	*38.79*	*40.7*	*56.7*	*0.684*
550	*1.040*	*288.4*	*45.57*	*43.9*	*66.7*	*0.683*
600	*1.051*	*305.8*	*52.69*	*46.9*	*76.9*	*0.685*
650	*1.063*	*322.5*	*60.21*	*49.7*	*87.3*	*0.690*

Esercizio 1 – Convezione naturale su lastra verticale

Una fornace industriale presenta una finestra di vetro dell'altezza di *0.71 m* e larghezza pari a *1.02 m* utilizzata per ispezionarne l'interno. All'interno del forno viene raggiunta la temperatura di *232°C*. Se la temperatura all'esterno è pari a *23°C* si stimi il coefficiente di scambio termico attraverso la finestra e la corrispondente potenza termica dissipata attraverso di essa.

Proprietà dell'aria a 400K

Viscosità cinematica = 26.41e-6 m2/s

Conducibilità termica = 0.0338 W/mK

Numero di Prandtl = 0.690

Comprimibilità = 0.0025 1/K

Diffusività termica = 38.3e-6 m2/s

Risoluzione. La potenza termica dissipata attraverso la finestra può come al solito essere calcolata attraverso la legge di Newton:

$$q = hA\left(T_{fire} - T_{air}\right)$$

Il coefficiente di scambio termico h deve essere valutato utilizzando una correlazione per lo scambio termico in presenza di sola convezione naturale su superfici piane orizzontali. E' necessario calcolare prima di tutto il numero di Rayleigh:

$$Ra_L = \frac{g\beta\left(T_{fire} - T_{air}\right)L^3}{\alpha\upsilon} = 1.813 \cdot 10^9$$

Il numero di Rayleigh è maggiore del valore critico per le lastre piane verticali per cui si registra una transizione alla turbolenza; di conseguenza il numero di Nusselt sarà dato dalla seguente espressione:

$$Nu_L = \left\{0.825 + \frac{0.387 Ra_L^{1/6}}{\left[1 + \left(0.492 / \Pr\right)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2 = 147$$

Si calcola di conseguenza il coefficiente di scambio termico h e la potenza dissipata:

$$h = Nu_L \frac{k}{L} = 7 \frac{W}{m^2 K}$$

$$q = hA\left(T_{fire} - T_{air}\right) = 1060 W$$

Esercizio 2 – Dissipazioni termiche su lastra orizzontale

Si immagini di avere un flusso di aria lungo un condotto a sezione rettangolare la cui lunghezza sia molto maggiore delle dimensioni trasversali e di dimensioni pari a *0.75 m* di larghezza e *0.30 m* di altezza. La superficie esterna del condotto e' mantenuta ad una temperatura di *45°C*. Si chiede di stimare la dissipazione di calore per unità di lunghezza di tale condotto nel caso in cui l'aria che lo circonda abbia una temperatura di *15°C*.

Proprietà dell'aria a 303K

Viscosità cinematica = 16.20e-6 m2/s
Conducibilità termica = 0.0265 W/mK
Numero di Prandtl = 0.710
Comprimibilità = 0.0033 1/K
Diffusività termica = 22.9e-6 m2/s

Risoluzione. La dissipazione termica avviene attraverso le due pareti verticali e attraverso le due basi orizzontali. Dovranno quindi essere prese in considerazione le opportune correlazioni per le diverse geometrie davanti alle quali ci si trova e dovranno essere scelte opportunamente le lunghezza caratteristiche su cui costruire il numero di Rayleigh. Quest'ultimo ha la seguente espressione:

$$Ra_L = \frac{g\beta\left(T_s - T_{air}\right)L^3}{\alpha\upsilon} = 2.62\cdot 10^9 L^3$$

Per i lati verticali, essendo lastre piane, la lunghezza L che compare nel numero di Rayleigh è in realtà l'altezza H=0.30m; eseguendo i calcoli si vede che il numero di Ra è inferiore a quello critico e quindi deve essere utilizzata una correlazione per uno strato limite laminare come la seguente:

$$Nu_H = 0.68 + \frac{0.670 Ra_L^{0.25}}{\left[1 + \left(0.492 / \mathrm{Pr}\right)^{9/16}\right]^{4/9}}$$

Il coefficiente di scambio per i due lati verticali è quindi immediatamente calcolabile:

$$h_{vert} = Nu_H \frac{k}{H} = 4.23 \frac{W}{m^2 K}$$

Per le due superfici orizzontali la lunghezza caratteristica deve essere calcolata come rapporto tra area e perimetro:

$$L = \frac{A}{P} = 0.375m$$

La stima del numero di Nusselt dovrà però essere fatta con due correlazioni diverse per le due superfici: quella superiore è infatti più calda dell'ambiente che si trova al di sopra di essa, mentre quella inferiore è più calda dell'ambiente che si trova al di sotto:

$$Nu_{\inf} = 0.27 Ra_L^{1/4} \qquad h_{\inf} = Nu_{\inf}\frac{k}{L} = 2.07\frac{W}{m^2 K}$$

$$Nu_{\sup} = 0.15 Ra_L^{1/3} \qquad h_{\sup} = Nu_{\sup}\frac{k}{L} = 5.47\frac{W}{m^2 K}$$

La potenza termica dissipata sarà quindi pari alla somma di 4 contributi, uno per ciascuna delle pareti:

$$q'_{\inf} = h_{\inf} L\left(T_s - T_{air}\right)$$

$$q'_{\sup} = h_{\sup} L \left(T_s - T_{air} \right)$$
$$q'_{vert} = h_{vert} H \left(T_s - T_{air} \right)$$

$$q' = 2q'_{vert} + q'_{\sup} + q'_{\inf} = 246 \frac{W}{m}$$

Esercizio 3 – Raffreddamento di una lattina di birra
Una lattina di birra di diametro *60 mm* e altezza *150 mm* inizialmente alla temperatura ambiente di *27°C* deve essere raffreddata all'interno di un frigorifero la cui temperatura è di *3°C*. Si chiede di determinare se il raffreddamento avverrà più velocemente posizionando la lattina in posizione verticale oppure orizzontale.

Proprietà dell'aria a 288K
Viscosità cinematica = 14.87e-6 m2/s
Conducibilità termica = 0.0254 W/mK
Numero di Prandtl = 0.710
Comprimibilità = 0.00347 1/K
Diffusività termica = 21.0e-6 m2/s

Lattina verticale. Essendo il rapporto tra diametro della lattina e altezza della stessa sufficientemente grande il coefficiente di scambio della superficie laterale della lattina può essere calcolato utilizzando le correlazioni comunemente impiegate per le lastre piane verticali:

$$Ra_{nat} = \frac{g\beta\left(T_s - T_{air}\right)H^3}{\alpha\upsilon} = 8.44 \cdot 10^6$$

$$Nu_D = \left\{0.825 + \frac{0.387 Ra_D^{1/6}}{\left[1 + \left(0.492 / \Pr\right)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2 = 29.7$$

$$h_{lat} = Nu_D \frac{k}{H} = 5.03 \frac{W}{m^2 K}$$

Per le due superfici di base (lastre piane orizzontali) bisogna calcolare prima la lunghezza caratteristica e quindi servirsi delle opportune correlazioni:

$$L_C = \frac{A}{P} = \frac{\pi D^2}{4\pi D} = \frac{D}{4} = 15mm$$

$$Ra_{nat} = \frac{g\beta\left(T_s - T_{air}\right)L_C^3}{\alpha\upsilon} = 8.44 \cdot 10^3$$

$$Nu_{\inf} = 0.27 Ra_L^{1/4} = 2.58 \qquad Nu_{\sup} = 0.54 Ra_L^{1/4} = 5.17$$

$$h_{\inf} = Nu_{\inf} \frac{k}{L_C} = 4.38 \frac{W}{m^2 K} \qquad h_{\sup} = Nu_{\sup} \frac{k}{L_C} = 8.76 \frac{W}{m^2 K}$$

La potenza termica dissipata dalla lattina può quindi essere facilmente calcolata sommando i tre contributi:

$$q = \left(h_{lat} \cdot A_{lat} + h_{\sup} \cdot A_{base} + h_{\inf} \cdot A_{base}\right)\left(T_{lattina} - T_{frigo}\right)$$

$$q = 0.179\left(T_{lattina} - T_{frigo}\right)$$

Lattina orizzontale. Si procede esattamente nello stesso modo utilizzando correlazioni diverse. Per la superficie laterale si utilizza la correlazione di Churchill:

$$Ra_{lat} = \frac{g\beta\left(T_s - T_{air}\right)D^3}{\alpha\upsilon} = 5.4\cdot10^5$$

$$Nu_D = \left\{0.600 + \frac{0.387 Ra_{lat}^{1/6}}{\left[1+\left(0.559/\mathrm{Pr}\right)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2 = 12.24$$

$$h_{lat} = Nu_{lat}\frac{k}{D} = 5.18\frac{W}{m^2K}$$

Le due pareti verticali sono perfettamente analoghe e possono essere assimilate a delle lastre piane di altezza D. Di conseguenza il numero di Rayleigh è lo stesso:

$$Ra_{base} = \frac{g\beta\left(T_s - T_{air}\right)D^3}{\alpha\upsilon} = 5.4\cdot10^5$$

$$Nu_D = \left\{0.825 + \frac{0.387 Ra_{base}^{1/6}}{\left[1+\left(0.492/\mathrm{Pr}\right)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2 = 14.3$$

$$h_{base} = Nu_{base}\frac{k}{D} = 6.07\frac{W}{m^2K}$$

La potenza termica dissipata dalla lattina può quindi essere facilmente calcolata sommando i tre contributi:

$$q = \left(h_{lat}\cdot A_{lat} + 2h_{base}\cdot A_{base}\right)\left(T_{lattina} - T_{frigo}\right)$$

$$q = 0.180\left(T_{lattina} - T_{frigo}\right)$$

Osservazione. I calcoli effettuati mostrano che la configurazione orizzontale dovrebbe essere quella in grado di garantire il raffreddamento più rapido. Tuttavia la differenza tra le potenze calcolate nei due casi è così bassa che, tenendo conto degli errori che caratterizzano inevitabilmente le correlazioni utilizzate, è più ragionevole affermare che l'analisi effettuata non è in grado di chiarire con assoluta certezza quale delle due configurazioni sia da preferire.
L'indagine dovrebbe dunque essere approfondita, andando anche a considerare la convezione naturale all'interno della lattina e riformulando il problema in termini non stazionari.

Esercizio 4 – Dissipazioni termiche su un albero rotante

La temperatura massima di un albero rotante dal diametro di *20 mm* operante in aria alla temperatura di *27°C* non puo' superare gli *87°C*. Nello stesso tempo è desiderabile riuscire a sfruttare tale albero per dissipare verso l'esterno la maggior quantità possibile di calore.

d. Per un albero rotante orizzontale una buona stima del numero di Nusselt medio è data dalla seguente correlazione:

$$Nu_D = 0.133 \mathrm{Re}_D^{0.667} \mathrm{Pr}^{1/3} \qquad \mathrm{Re}_D = \frac{\Omega D^2}{\upsilon}$$

dove *Ω* è la velocità di rotazione in *rad/s*. Si determini il coefficiente di scambio termico e la massima velocità di dissipazione del calore per unità di lunghezza in funzione della velocità di rotazione dell'albero per velocità comprese tra *5000* e *15000 giri/min*.

e. Si stimi il coefficiente di scambio termico e la potenza dissipata quando l'albero e' fermo.

f. Se l'aria dell'ambiente non è in quiete ma l'albero comunque fermo, quali velocità dell'aria sono necessarie per rimuovere il calore calcolato nel punto *a*?

Proprietà dell'aria a 330K

Viscosità cinematica = 18.91e-6 m2/s

Conducibilità termica = 0.02852 W/mK

Numero di Prandtl = 0.7028

Comprimibilità = 1/330 1/K

Diffusività termica = 26.94e-6 m2/s

Risoluzione. Per poter applicare la correlazione suggerita è necessario prima di tutto calcolare le proprietà fisiche dell'aria alla temperatura media del film e sfruttarle quindi per ricavare il numero di Reynolds (si assume che la velocità dell'albero sia pari a 5000 rpm):

$$\mathrm{Re}_D = \frac{\Omega D^2}{\upsilon} = 11076$$

Quindi si calcola il numero di Nusselt secondo la sua definizione data nel testo del problema:

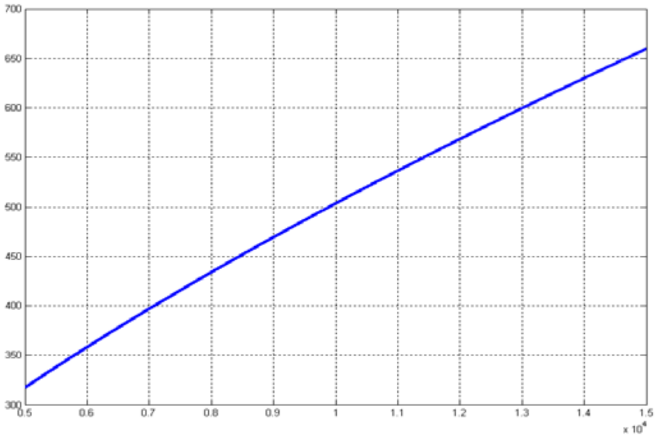
$$Nu_D = 0.133 \mathrm{Re}_D^{2/3} \mathrm{Pr}^{1/3}$$

Diventa quindi immediata la valutazione del coefficiente di scambio termico h e della potenza dissipata per unità di lunghezza da parte dell'albero:

$$h = Nu_D \frac{k}{D} = 83.8 \frac{W}{m^2 K}$$

$$q' = \frac{q}{L} = h \frac{A_{lat}}{L} \left(T_S - T_{air}\right) = 316 \frac{W}{m}$$

Seguendo questo approccio è possibile ripetere i calcoli per altre velocità di rotazione dell'albero e quindi ricavare il grafico riportato a lato in cui il coefficiente di scambio termico è in funzione della velocità angolare dell'albero.



B. Nel caso in cui l'albero sia fermo è possibile servirsi della correlazione di Churchill-Chu per la stima del numero di Nusselt per convezione naturale intorno a cilindri orizzontali. Il modo di procedere è sempre lo stesso: si calcola prima il numero di Rayleigh, quindi il numero di Nu e infine il coefficiente di scambio termico:

$$Ra_D = \frac{g\beta(T_s - T_{air})D^3}{\alpha\upsilon} = 27980$$

$$Nu_D = \left\{0.600 + \frac{0.387 Ra_D^{1/6}}{\left[1+(0.559/\mathrm{Pr})^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2 = 5.61$$

$$h = Nu_D \frac{k}{D} = 8 \frac{W}{m^2 K}$$

$$q^{'} = \frac{q}{L} = h\frac{A_{lat}}{L}(T_S - T_{air}) = 30.2 \frac{W}{m}$$

C. Nel caso in cui l'albero si ancora fermo, ma l'aria che lo circonda non più in quiete, si ha un fenomeno di convezione forzata e quindi è necessario servirsi di correlazioni diverse che partono dal calcolo del numero di Reynolds:

$$\mathrm{Re}_D = \frac{vD}{\upsilon}$$

$$Nu_D = 0.30 + \frac{0.62 \mathrm{Re}_D^{0.50} \mathrm{Pr}^{1/3}}{\left[1+(0.4/\mathrm{Pr})^{2/3}\right]^{0.25}}\left[1+\left(\frac{\mathrm{Re}_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{0.80} = Nu_D(v)$$

Per trovare la velocità dell'aria in grado di assicurare la stessa dissipazione di potenza che si avrebbe nel caso di albero in rotazione è sufficiente uguagliare questo numero di Nusselt appena calcolato a quello stimato nel primo punto. Si ottiene una equazione non lineare nella velocità che può essere risolta numericamente.
Il calcolo può essere effettuato facendo variare la velocità di rotazione dell'albero e quindi riportando in un grafico la velocità dell'aria in funzione di tale velocità angolare.

Esercizio 5 – Scambio di calore su lastra piana orizzontale

Una lastra di alluminio di lunghezza pari a *0.50 m* e larghezza *0.20 m* è soggetta ad una corrente di aria alla temperatura di *23°C* e velocità di *10 m/s*. Il moto risulta essere turbolento sull'intera lastra. Una serie di resistenze elettriche è posizionata sotto tale lastra in modo tale da garantire che questa venga a trovarsi ad una temperatura uniforme. In particolare si è interessati alla resistenza che si estende dalla posizione $x_1=0.20$ *m* alla posizione $x_2=0.30$ *m*.

c. Si stimi la potenza che deve essere fornita per mantenere la temperatura di quella porzione della lastra ad un valore pari a *47°C*.
d. Che cosa succede se di colpo viene spenta la ventola che mantiene il flusso d'aria sulla lastra? A quale temperatura si porterà la porzione tra x_1 e x_2? Si assuma l'aria in quiete a *23°C*.

Proprietà dell'aria a 303K

Viscosità cinematica = 16.20e-6 m2/s
Conducibilità termica = 0.0265 W/mK
Numero di Prandtl = 0.710
Comprimibilità = 0.0033 1/K
Diffusività termica = 22.9e-6 m2/s

Risoluzione. La potenza necessaria per mantenere la temperatura della lastra a 47°C è data dalla legge di Newton:

$$q = h_{12} A (T_s - T_{air})$$

Il coefficiente di scambio termico h12 può essere stimato in maniera approssimata come la media aritmetica tra i due coefficienti di scambio termico locali nelle posizioni x1 e x2 (esiste anche la possibilità, sicuramente più precisa, di integrare sulla lunghezza x1-x2 la correlazione valida localmente):

$$h_{12} \approx \frac{h_1 + h_2}{2}$$

Sfruttando le correlazioni per la convezione forzata su lastra piana è possibile ottenere immediatamente la stima dei numeri di Nusselt LOCALI nelle due posizioni x1 e x2 che poi verranno opportunamente mediati:

$$Nu_1 = 0.0296\,\mathrm{Re}_{x1}^{0.80}\,\mathrm{Pr}^{1/3} = 304.6$$

$$Nu_2 = 0.0296\,\mathrm{Re}_{x2}^{0.80}\,\mathrm{Pr}^{1/3} = 421$$

$$h_1 = Nu_1 \frac{k}{x_1} = 40.9 \frac{W}{m^2 K}$$

$$h_2 = Nu_2 \frac{k}{x_2} = 37.8 \frac{W}{m^2 K}$$

$$h_{12} \approx \frac{h_1 + h_2}{2} = 39.4 \frac{W}{m^2 K}$$

$$q = h_{12} A (T_s - T_{air}) = 18.9 W$$

A2. Nel caso in cui il flusso d'aria venga interrotto si ha uno scambio termico dettato soltanto dalla convezione naturale su una lastra piana; in generale il coefficiente di scambio sarà molto più basso di quello che si aveva precedentemente per cui la temperatura della lastra raggiungerà un valore maggiore di 47°C.

$$Ra_{nat} = \frac{g\beta (T_s - T_{air}) L_C^3}{\alpha \upsilon} = 7.033 \cdot 10^5$$

$$L_C = \frac{A}{P} = 0.0714 m$$

$$Nu_{nat} = 0.54 Ra_D^{1/4} = 15.64$$

$$h_{nat} = Nu_{nat} \frac{k}{L_C} = 5.89 \frac{W}{m^2 K}$$

La potenza termica fornita dalla resistenza eletrrica è sempre la stessa per cui la legge di Newton può essere utilizzata per calcolare la nuova temperatura della lastra:

$$q = h_{12} A \left(T_s - T_{air} \right)$$

$$T_s = T_{air} + \frac{q}{h_{12} A} = 183°C$$

Esercizio 6 - Convezione naturale intorno ad una sfera

Una sfera di diametro pari a *3 cm*, si trova immersa in aria in quiete. Una resistenza elettrica interna fa sì che la temperatura sulla sua superficie è costante è pari a *100°C*. L'aria circostante si trova ad una temperatura pari a *25°C* ed *1 atm*. Si vuole sapere, trascurando l'irraggiamento, qual è la quantità di calore richiesta. Si assuma il seguente numero di Nusselt: $Nu = 2+0.6\ Gr^{1/4}Pr^{1/4}$.

Dati aria

Viscosità:	*0.019 cp*	Calore specifico:	*0.241 cal/g/°C*
Conducibilità:	*0.022 kcal/h/m/K*		

Soluzione

Il calore che la resistenza elettrica deve generare deve essere pari a quello scambiato con l'ambiente per conduzione e convezione naturale:

$$Q = hS\Delta T = Nu \cdot \frac{k}{D}\pi D^2 \Delta T = \left[2 + 0.6\left(\frac{\beta g \Delta T D^3}{\nu^2}\right)^{1/4}\left(\frac{\nu}{\alpha}\right)^{1/4} \right] \cdot k \cdot D \cdot \pi \Delta T$$

Per la risoluzione del problema occorre ora ricavare tutte le grandezze necessarie allo svolgimento dei calcoli. Il peso molecolare dell'aria, essendo essa composta da circa il 79% molare in N_2 ed il 21% molare in O_2, è dato da:

$$PM = 0.79 \cdot 28 + 0.21 \cdot 32 = 28.84$$

La densità dell'aria è data, nelle condizioni assegnate, dalla legge dei gas perfetti:

$$\bar{\rho} = \frac{P \cdot PM}{RT} = \frac{1 \cdot 28.84}{0.082 \cdot (25 + 273)} = 1.18\,\frac{g}{l} = 1.18 \cdot 10^{-3}\,\frac{g}{cm^3}$$

Il coefficiente di dilatazione cubica dell'aria vale (sempre dalla legge dei gas perfetti):

$$\beta = -\frac{1}{\bar{\rho}}\left[\frac{d\bar{\rho}}{dT}\right] = \frac{1}{T} = 3.35 \cdot 10^{-3} K^{-1}$$

La viscosità cinematica ed il coefficiente di diffusione termica sono infine dati da:

$$\nu = \frac{\mu}{\bar{\rho}} = \frac{0.19 \cdot 10^{-3}}{1.18 \cdot 10^{-3}} = 0.161\frac{cm^2}{s} \qquad \alpha = \frac{k}{\bar{\rho}\hat{C}p} = \frac{6.11 \cdot 10^{-5}}{1.18 \cdot 10^{-3} \cdot 0.241} = 0.215\ \frac{cm^2}{s}$$

Il calore necessario al mantenimento della temperatura sulla superficie della sfera è quindi dato da:

$$Q = \left[2 + 0.6\left(\frac{981{,}6 \cdot 3.35 \cdot 10^{-3} \cdot 75 \cdot 27}{0.161^2}\right)^{1/4}\left(\frac{0.161}{0.215}\right)^{1/4} \right] \cdot 6.11 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot \pi \cdot 75 = 0.612\ \text{cal/s}$$

Esercizio 7 – Raffreddamento di fumi lungo un camino

Dei fumi caldi derivanti da una lavorazione industriale devono essere scaricati verso l'esterno attraverso un camino alto 6 m e con diametro interno pari a 0.5 m. E' necessario stimare la temperatura media dei fumi in uscita dal camino T_{mo} perché da questa dipende l'efficacia della dispersione degli effluenti nell'ambiente esterno. Allo stesso tempo è però importante anche la stima della temperatura in uscita in corrispondenza della parete interna del camino T_{so} (è la più bassa sulla sezione di uscita) per controllare che sia tale da non consentire la condensazione dei fumi in uscita. La portata dei fumi da scaricare sia pari a 0.50 kg/s e la temperatura in ingresso pari a 600°C.

c. Si calcolino T_{mo} e T_{so} immaginando che l'aria all'esterno del camino sia a 4°C e abbia una velocità di 5 m/s.
d. Le temperatura di uscita dipendono molto dalla temperatura e velocità dell'aria all'esterno. Si riportino in un grafico le temperatura di uscita in funzione della velocità dell'aria esterna (tra 2 e 10 m/s) per le tre seguenti temperature: -25°C, 5°C, 35°C.

Proprietà dell'aria a 773K
Viscosità dinamica = 376.4e-7 Pa.s
Conducibilità termica = 0.0584 W/mK
Numero di Prandtl = 0.712
Densità = 1.1614 kg/m3
Calore specifico = 1105 J/kgK

Proprietà dell'aria a 400K
Viscosità cinematica = 26.41e-6 m2/s
Conducibilità termica = 0.0338 W/mK
Numero di Prandtl = 0.690

Proprietà dell'aria a 300K
Viscosità cinematica = 13.35e-6 m2/s
Conducibilità termica = 0.0244 W/mK
Numero di Prandtl = 0.710

Risoluzione. Nelle esercitazioni precedenti si è visto che il profilo termico di un fluido che scorre lungo una tubazione posta in un ambiente a temperatura costante e uniforme ha un andamento esponenziale la cui espressione analitica è la seguente (P è il perimetro della sezione del camino):

$$\frac{1}{U} = R = \frac{1}{h_i} + \cancel{\frac{s_{tubo}}{k_{tubo}}} + \frac{1}{h_e}$$

$$T_{fluido} = T_{ext} - (T_{ext} - T_m)\, e^{-\frac{PL}{\dot{m}C_P}U}$$

Il coefficiente di scambio dal lato interno si calcola attraverso la correlazione di Dittus-Boelter (il moto è turbolento come si può ricavare facilmente calcolando il numero di Reynolds), passando per la stima del numero di Nusselt termico. Per fare questo bisogna prima di tutto calcolare la velocità media dei fumi nel camino stesso per poter valutare il numero di Reynolds:

$$v_{fumi} = \frac{\dot{m}}{\rho A} = 2.20\, m/s$$

1a iterazione. Sorge subito un primo problema: quale temperatura utilizzare per calcolare le proprietà? Infatti la temperatura dei fumi cambia lungo il camino; inoltre se si utilizza la correlazione di Dittus-Boelter la temperatura usata per stimare le proprietà del fluido è quella del film, che generalmente viene assunta pari alla media aritmetica tra la temperatura di bulk e quella della parete. La cosa più conveniente da fare è stimare una temperatura di uscita, utilizzare quindi tale temperatura per costruirne una media, condurre tutti i calcoli e arrivare alla soluzione, ovvero ad una stima più accurata della temperatura di uscita. Questa verrà utilizzata come stima di nuovo tentativo fino al raggiungimento della convergenza. Immaginiamo quindi che i fumi escano ad una temperatura di 400°C (è un valore di primo tentativo del tutto arbitrario); quindi la temperatura media rispetto a cui valutare le proprietà fisiche dei fumi è 500°C (773K). Assumimiamo poi come primo tentativo che anche la temperatura della parete sia pari a 500°C. In questo modo è possibile stimare la temperatura media del film di fumi:

$$\bar{T}_{film,fumi} = \frac{\bar{T}_{fumi} + \bar{T}_{parete}}{2} = \frac{500+500}{2} = 500°C = 773K$$

Il numero di Reynolds, il numero di Nusselt e il coefficiente di scambio medio dal lato interno vengono quindi valutati:

$$Nu_D = \frac{h_i D}{k} = 0.023 \mathrm{Re}_{Di}^{0.80} \mathrm{Pr}^{0.30}$$

$$h_i = Nu_D \frac{k}{D} = 10.2 \frac{W}{m^2 K}$$

Dal lato esterno è possibile utilizzare la correlazione di Churchill per la determinazione del coefficiente di scambio; anche in questo caso c'è un problema rappresentato dalla mancata conoscenza della temperatura di parete del camino, per l'individuazione della temperatura media del film rispetto a cui valutare le proprietà fisiche. Si procede in maniera analoga a quanto fatto dal lato interno: si dà una stima di primo tentativo della parete e si sfruttano poi i risultati dei calcoli per arrivare ad una nuova stima, fino al raggiungimento della convergenza. In accordo con quanto fatto dal lato interno si assume una temperatura media di parete pari a 500°C:

$$\bar{T}_{film,aria} = \frac{\bar{T}_{parete} + T_{air}}{2} = 252.5°C = 525K$$

$$\mathrm{Re}_D = \frac{v_{air} D}{\upsilon_{air}} = 88000$$

$$Nu_D = 0.30 + \frac{0.62 \mathrm{Re}_D^{0.50} \mathrm{Pr}^{1/3}}{\left[1+(0.4/\mathrm{Pr})^{2/3}\right]^{0.25}} \left[1+\left(\frac{\mathrm{Re}_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{0.80} = 143$$

$$h = Nu_D \frac{k}{D} = 12.07 \frac{W}{m^2 K}$$

Grazie all'espressione analitica della temperatura media di un fluido che scorre all'interno di una tubazione si ottiene la temperatura media dei fumi in uscita:

$$T_{m,o} = T_{ext} - (T_{ext} - T_{ingresso})\, e^{-\frac{PL}{\dot{m}C_P}U} = 546°C$$

Per individuare la temperatura in corrispondenza della parete interna, sia sulla base che in cima al camino, è sufficiente eseguire un bilancio termico a cavallo della parete del camino (si immagina che la resistenza al passaggio di calore offerta da questo sia trascurabile):

$$h_i \left(T_{m,o} - T_{s,o}\right) = h_e \left(T_{s,o} - T_{ext}\right)$$

$$T_{s,i} = \frac{h_i T_{in} + h_e T_{ext}}{h_i + h_e} = 277°C$$

$$T_{s,o} = \frac{h_i T_{m,o} + h_e T_{ext}}{h_i + h_e} = 252°C$$

2a iterazione. Le temperature ottenute sono soltanto delle stime di primo tentativo, per via delle approssimazioni di cui abbiamo parlato. Esse devono essere utilizzate per ricalcolare in maniera più precisa le proprietà fisiche (per stimare cioè in maniera più accurata le temperature del film interno ed esterno).

$$\bar{T}_{fumi} = \frac{T_{in} + T_{ext}}{2} = 573°C$$

$$\bar{T}_{parete} = \frac{T_{parete,in} + T_{parete,out}}{2} = 264°C$$

Dal lato interno la nuova temperatura media dei fumi sarà pari alla media aritmetica tra la temperatura dei fumi in ingresso e quella di uscita appena stimata; la temperatura media di parete pari alla media aritmetica tra la temperatura alla base e in cima al camino. Quindi la temperatura rispetto a cui valutare le proprietà dei fumi sarà pari alla media aritmetica tra la temperatura media dei fumi e quella media di parete:

$$\bar{T}_{film,fumi} = \frac{\bar{T}_{fumi} + \bar{T}_{parete}}{2} = 418°C = 692K$$

Dal lato esterno la temperatura del film sarà pari alla media aritmetica tra la temperatura di parete (stimata sopra) e quella dell'aria esterna:

$$\bar{T}_{film,aria} = \frac{\bar{T}_{parete} + T_{air}}{2} = 134°C = 407K$$

Con le nuove temperature dei film dal lato interno ed esterno è possibile ristimare i nuovi numeri di Nusselt e i coefficienti di scambio, arrivando così a delle stime più accurate delle temperature di uscita dei fumi e di parete alla base e sulla cima del camino.
In generale 2-3 iterazioni di questo tipo sono sufficienti per il raggiungimento della convergenza.

Esercizio 8 – Misura di velocità tramite "filo caldo"

Un sottile filo metallico di diametro D viene utilizzato per misurare la velocità della corrente all'interno della quale è inserito in maniera indiretta attraverso lo studio delle modalità secondo cui avviene lo scambio termico tra il filo stesso e la corrente fluida. Nel filo viene fatta passare della corrente elettrica e ciò ne determina un riscaldamento; la corrente di fluido tende però ad assorbire tale energia termica per convezione forzata. Sulla base di misure elettriche può essere determinata la temperatura di superficie del filo metallico e la potenza dissipata e in questo modo utilizzando le opportune correlazioni per la descrizione del coefficiente di scambio termico dal filo cilindrico è possibile risalire alla velocità della corrente.

c. Si scriva l'espressione della velocità del fluido in funzione della differenza di temperatura tra filo metallico e corrente fluida.
d. Qual è la velocità della corrente d'aria immaginando che la sua temperatura sia pari a 25°C, quella del filo metallico di 40°C e la potenza dissipata pari a 35 W per metro di filo?

Proprietà dell'aria a 298K
Viscosità cinematica = 15.80e-6 m2/s
Conducibilità termica = 0.0262 W/mK
Numero di Prandtl = 0.710

Proprietà dell'aria a 313K
Numero di Prandtl = 0.705

Risoluzione. La potenza dissipata per unità di lunghezza può essere espressa attraverso il coefficiente di scambio termico medio:

$$q' = \frac{q}{L} = \frac{h \cdot A_{lat} \cdot (T_S - T_\infty)}{L} = h \cdot \pi D \cdot (T_S - T_\infty)$$

Il coefficiente di scambio termico per convezione esterna intorno ad un cilindro può essere stimato con la correlazione di Zhukauskas, assumendo per semplicità che il numero di Pr valutato in corrispondenza della temperatura di superficie del cilindro sia pari a quello valutato in corrispondenza della temperatura media del film:

$$h = \frac{k}{D} Nu_D = \frac{k}{D} \cdot c \, \mathrm{Re}_D^m \, \mathrm{Pr}^n = \frac{k}{D} \cdot c \left(\frac{vD}{\upsilon}\right)^m \mathrm{Pr}^n$$

Da questa correlazione può essere ricavata facilmente l'espressione analitica della velocità:

$$v = \left[\frac{q'}{(k / D) \cdot c \cdot \mathrm{Pr}^n (\pi D)(T_S - T_\infty)}\right]^{1/m} \left(\frac{\upsilon}{D}\right)$$

B. L'applicazione della formula appena trovata presenta però una difficoltà: i coefficienti c e m che compaiono nella correlazione di Zhukauskas dipendono dal numero di Reynolds e quindi dalla velocità della corrente che è l'incognita. Bisognerà quindi procedere per tentativi: si ipotizza che la velocità cada in un certo intervallo, si introducono nell'espressione i due coefficienti c e m ad essa corrispondenti e si controlla che l'assunzione fatta sulla velocità sia corretta, altrimenti si passa ad esaminare un diverso intervallo.
Ad esempio, immaginando che il numero di Reynolds cada nell'intervallo 1000 – 200000 si hanno i seguenti valori: c=0.26, m=0.60 e n=0.37. Quindi:

$$v = \left[\frac{q'}{(k / D) \cdot 0.26 \cdot \mathrm{Pr}^{0.37} (\pi D)(T_S - T_\infty)}\right]^{1/0.60} \left(\frac{\upsilon}{D}\right) = 97 \frac{m}{s}$$

Si controlla adesso il numero di Reynolds. Facendo i calcoli si ottiene Re = 3074 e quindi l'assunzione che era stata fatta è corretta.

Esercizio 9 – Convezione forzata su una sfera

Una sfera di 10 mm di diametro è investita da una corrente d'aria a 25 m/s e 25°C. La superficie della sfera è mantenuta ad una temperatura di 75°C.

c. Qual è il coefficiente di scambio termico?
d. Si riporti in un grafico il coefficiente di scambio termico per velocità dell'aria comprese tra 1 e 25 m/s.

Proprietà dell'aria a 298K
Viscosità cinematica = 15.80e-6 m2/s
Conducibilità termica = 0.0262 W/mK
Numero di Prandtl = 0.710

Proprietà dell'aria a 298K
Viscosità cinematica = 18.20e-6 m2/s
Densità = 1.085 kg/m3

Proprietà dell'aria a 348K
Viscosità dinamica = 208e-7 Pa.s

Risoluzione. Si calcoli prima il numero di Reynolds prendendo come temperatura di riferimento per il calcolo delle proprietà quella dell'aria di bulk, cioè 25°C. Quindi si valuti il numero di Reynolds utilizzando la correlazione di Whitaker:

$$\mathrm{Re}_D = \frac{vD}{\upsilon} = 15900$$

$$Nu_D = 2 + \left[0.40\,\mathrm{Re}_D^{1/2} + 0.06\,\mathrm{Re}_D^{2/3}\right]\cdot \mathrm{Pr}^{0.40}\left(\frac{\mu}{\mu_S}\right)^{0.25} = 76.7$$

Il coefficiente di scambio termico e la potenza dissipata sono calcolabili come segue:

$$h = \frac{k}{D} Nu_D = 200\,\frac{W}{m^2 K}$$

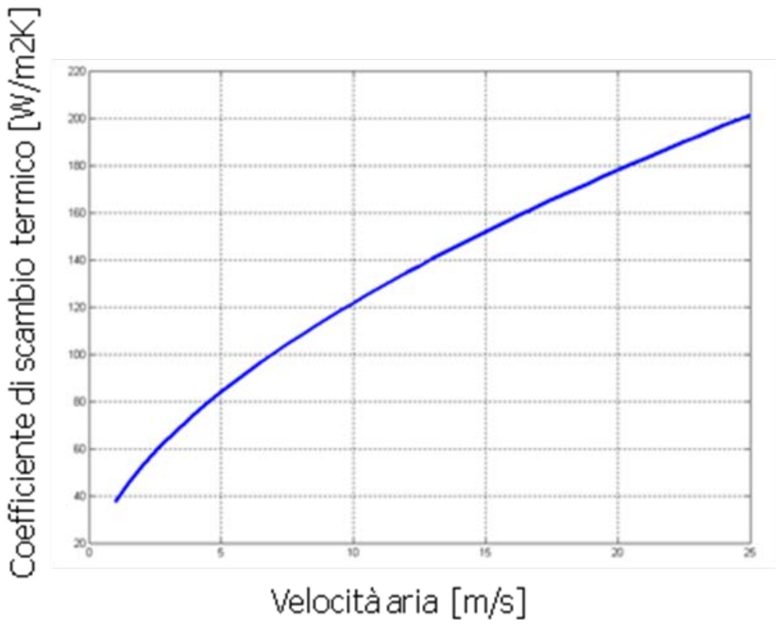
$$q = h \cdot A_{sfera}\left(T_S - T_\infty\right) = 3.14W$$

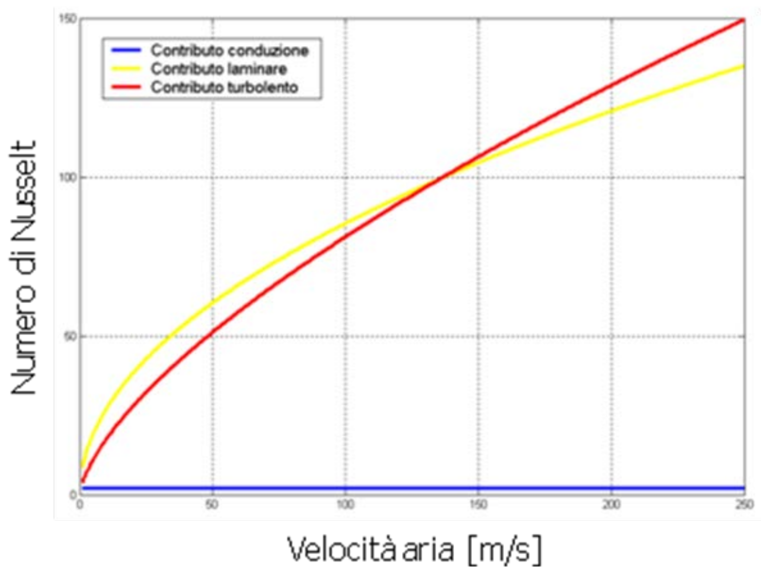
B. Per tracciare il grafico del coefficiente di scambio termico in funzione della velocità e sufficiente ripetere i passaggi affrontati nel punto A:

$$Nu_D = 2 + \left[0.40\left(\frac{vD}{\upsilon}\right)^{0.50} + 0.06\left(\frac{vD}{\upsilon}\right)^{2/3}\right]\cdot \mathrm{Pr}^{0.40}\left(\frac{\mu}{\mu_S}\right)^{0.25} = 2 + \alpha\left[\beta\cdot v^{0.50} + \gamma\cdot v^{0.667}\right]$$

$$\gamma = 0.06\left(\frac{D}{\upsilon}\right)^{0.667} \qquad \beta = 0.40\left(\frac{D}{\upsilon}\right)^{0.50} \qquad \alpha = \mathrm{Pr}^{0.40}\left(\frac{\mu}{\mu_S}\right)^{0.25}$$

$$h(v) = \frac{k}{D} Nu_D = \frac{k}{D}\left[2 + \alpha\left(\beta\cdot v^{0.50} + \gamma\cdot v^{0.667}\right)\right]$$


Coefficiente di scambio termico [W/m2K]
Velocità aria [m/s]


Contributo conduzione
Contributo laminare
Contributo turbolento
Numero di Nusselt
Velocità aria [m/s]

Esercizio 10 – Scioglimento di una sfera di ghiaccio

Una sfera di ghiaccio, di diametro iniziale pari a 0.1 m, è immersa ed immobilizzata in una corrente di acqua a 15°C (ν = 10^{-6} m^2/s, K_L = 0.143 10^{-3} kcal/m/s/K, ΔH_f = 1436.3 kcal/kmol). La velocità di scorrimento dell'acqua è pari a 0.5 m/s. Si valuti, approssimativamente, il tempo necessario per la fusione completa del ghiaccio (ρ = 920 kg/m^3).

Soluzione

Il fenomeno di scioglimento del ghiaccio nell'acqua avviene a temperatura costante pari a 0°C. L'acqua si mantiene alla temperatura di 15°C. La quantità di ghiaccio che si scioglie è legata al flusso termico ed al calore latente di fusione, il fenomeno è dunque caratterizzato dal seguente bilancio (di buona approssimazione, in quanto, per tenere conto del riscaldamento dell'acqua proveniente dalla fusione della sfera fino alla temperatura dell'ambiente circostante bisognerebbe utilizzare un ΔH_f alla temperatura della corrente acquosa):

$$\left(\Delta H_f / PM_{ghiaccio} + \hat{c}_{p,H_2O} T_{acqua}\right) \cdot \frac{dm}{dt} = -h \cdot S\left(T_{acqua} - T_{ghiaccio}\right)$$

dove: $PM_{ghiaccio}$ = peso molecolare del ghiaccio
m = massa della sfera di ghiaccio
t = tempo
ΔH_f = calore latente di fusione
h = coefficiente liminare di scambio termico
S = superficie di scambio
T_{acqua} = temperatura dell'acqua
$T_{ghiaccio}$ = temperatura del ghiaccio

La massa di ghiaccio è data dalla densità per il volume della sfera, cosicché si può scrivere:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d\left(\rho_{ghiaccio} V_{palla}\right)}{dt} = \rho_{ghiaccio} \frac{d\left(\pi D^3 / 6\right)}{dt} = \rho_{ghiaccio} \frac{\pi D^2}{2} \cdot \frac{dD}{dt}$$

dove: $\rho_{ghiaccio}$ = densità del ghiaccio
V_{sfera} = volume della sfera di ghiaccio
D = diametro della sfera di ghiaccio

Essendo la superficie S della sfera pari a πD^2, il bilancio può essere riscritto come segue:

$$\left(\Delta H_f / PM_{ghiaccio} + \hat{c}_{p,H_2O} T_{acqua}\right) \frac{\rho_{ghiaccio}}{2} \cdot \frac{dD}{dt} = -h \cdot \left(T_{acqua} - T_{ghiaccio}\right)$$

Il coefficiente di scambio h è fornito dal numero di Nusselt termico; poiché nel caso in esame il numero di Reynolds (pari a 50000 in corrispondenza del diametro iniziale) è sempre minore di 3.5 10^5 (limite oltre il quale si ha la turbolenza) ed il numero di Prandtl è pari a circa 70, il fenomeno di fusione del ghiaccio avviene in regime di strato limite con distacco di vortici. La formula generale che fornisce Nusselt (combinazione di asintoti) in questo caso è data da:

$$Nu_t = 2 + \left(1.6 \cdot Re_D^{1/3} + 0.6 \cdot Re_D^{1/2} + 5 \cdot 10^{-3} \cdot Re_D^{0.8}\right) Pr^{1/3}$$

Si osserva tuttavia che i vari termini che compaiono nell'espressione valgono infatti, in corrispondenza del diametro iniziale: 2, 234, 551 e 118, mentre in corrispondenza di un diametro pari a metà di quello iniziale si ha: 2, 192, 390, 68, e così via al diminuire del diametro della sfera. Pertanto una buona approssimazione può essere quella di utilizzare l'espressione:

$$Nu_t = 0.6 \cdot Re_D^{1/2} \cdot Pr^{1/3}$$

L'equazione che descrive il fenomeno di consumo della sfera diventa dunque:

$$\frac{\rho_{ghiaccio}}{2}\left(\Delta H_f / PM_{ghiaccio} + \hat{c}_{p,H_2O} T_{acqua}\right)\frac{dD}{dt} = -\frac{Nu_t \cdot k_L}{D}\left(T_{acqua} - T_{ghiaccio}\right) =$$

$$= -\frac{0.6 \cdot \left(\frac{vD}{\nu}\right)^{1/2} Pr^{1/3} \cdot k_L}{D}\left(T_{acqua} - T_{ghiaccio}\right) = \cos t. \cdot D^{-1/2}\left(T_{acqua} - T_{ghiaccio}\right)$$

dove cost.= $0.6 \cdot \left(\frac{v}{\nu}\right)^{1/2} Pr^{1/3} \cdot k_L$.

Il tempo di consumo della sfera di ghiaccio è quindi dato da:

$$t = \left(\Delta H_f / PM_{ghiaccio} + \hat{c}_{p,H_2O} T_{acqua}\right)\frac{\rho_{ghiaccio}}{2 \cdot \cos t \cdot .\Delta T}\int_{D_0}^{0} D^{1/2} dD =$$

$$= \left(\Delta H_f / PM_{ghiaccio} + \hat{c}_{p,H_2O} T_{acqua}\right)\frac{\rho_{ghiaccio}}{3 \cdot \cos t \cdot .\Delta T} D_0^{3/2} = 528\,s = 8.8\,min$$

dove D_0 è il diametro iniziale. L’approssimazione fatta corrisponde a voler semplificare il problema giungendo ad una valutazione di massima del tempo di consumo della sfera. Qualora si tenga conto dei vari addendi che forniscono il numero di Nusselt, si deve necessariamente ricorrere ad un metodo di integrazione numerica.

Esercizio 11 – Raffreddamento di un serbatoio

Si consideri un serbatoio cilindrico disposto orizzontalmente e sollevato da terra, contenente un idrocarburo. Se l'aria esterna si trova in quiete ad una temperatura di 25°C, si determini in quanto tempo il fluido all'interno del serbatoio passa da una temperatura iniziale di 80°C ad una finale di 70°C.Si consideri il serbatoio come un corpo grigio di potere emissivo pari a 0.50 e si considerino trascurabili le resistenze al trasporto di calore sia interna che del metallo.

Dati		
Diametro del serbatoio	*2*	*m*
Lunghezza del serbatoio	*5*	*m*
Costante di Stefan-Boltzmann	$5.7 \cdot 10^{-8}$	$W/m^2/K^4$
Densita' dell'idrocarburo	*0.60*	g/cm^3
Calore specifico idrocarburo	*0.80*	*kcal/K/kg*

Esercizio 12 – Riscaldamento di aria in una tubazione

Dell'aria, alla pressione di 1 atm. e ad una temperatura pari a 150°C, entra in un tubo avente un diametro pari a 5.08 cm. Essa si muove nel tubo, nel quale viene riscaldata, con una velocità pari a 8 m/s. Si determini la quantità di calore trasferita per unità di lunghezza del tubo assumendo che il flusso termico alla parete sia costante e che la temperatura di parete sia sempre 20°C più alta di quella dell'aria. Quale è la temperatura dell'aria dopo avere percorso 2 m di tubazione?

<u>*Dati aria*</u>

viscosità $2.38\ 10^{-5}$ kg/m/s calore specifico 1.017 kJ/kg/°C

conducibilità termica 0.0352 W/m/°C

Soluzione

Si cominci innanzitutto con il verificare il regime di moto esistente all'interno del tubo. A tal scopo occorre valutare la densità dell'aria necessaria per il calcolo del numero di Reynolds. Essa è data dalle legge di gas perfetti, applicabile all'aria, è quindi si ha:

$$\rho = \frac{P \cdot PM_{aria}}{RT} = \frac{1 \cdot (0.79 \cdot 28 + 0.21 \cdot 32)}{0.082 \cdot (150 + 273)} = 0.831 \quad \frac{Kg}{m^3}$$

dove: PM_{aria} = peso molecolare medio dell'aria

Il numero di Reynolds è quindi dato da:

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{0.831 \cdot 8 \cdot 5.08 \cdot 10^{-2}}{2.38 \cdot 10^{-5}} \approx 14190$$

Il moto è dunque turbolento.

Il numero di Nusselt che fornisce il coefficiente di scambio termico fra la parete e l'aria è dato dall'espressione:

$$Nu = 0.023 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{1/3}$$

Il numero di Prandtl, necessario per il calcolo del Nu è dato da:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\hat{C}_p \cdot \mu}{k} = \frac{1.017 \cdot 2.38 \cdot 10^{-5} \cdot 1000}{0.0352} \cong 0.68$$

Quindi Nu vale:

$$Nu = \frac{hD}{k} \cong 42 \qquad \Rightarrow \qquad h = \frac{42 \cdot 0.0352}{5.08 \cdot 10^{-2}} \cong 29 \quad \frac{W}{m^2\,°C}$$

Il calore scambiato fra la parete e l'aria è dato da:

$$q = h \cdot D \cdot \pi \cdot L(T_w - T_a)$$

Il flusso per unità di lunghezza vale quindi:

$$\frac{q}{L} = h \cdot \pi \cdot D(T_w - T_a) = 29 \cdot 3.14 \cdot 5.08 \cdot 10^{-2}(20) = 92.5 \quad \frac{W}{m}$$

dove: T_w = temperatura della parete del tubo
T_a = temperatura dell'aria
L = lunghezza del tubo
q = calore scambiato

L'aria assorbe calore incrementando il suo calore sensibile secondo la legge:

$$q = \dot{m}\hat{C}_p \Delta T_b$$

dove: ΔT_b = incremento di temperatura nel bulk dell'aria in seguito al riscaldamento
$\dot{m}$ = portata massiva di aria

La portata massiva di aria è legata alla velocità nel tubo, alla densità ed alla sezione, e quindi è data da:

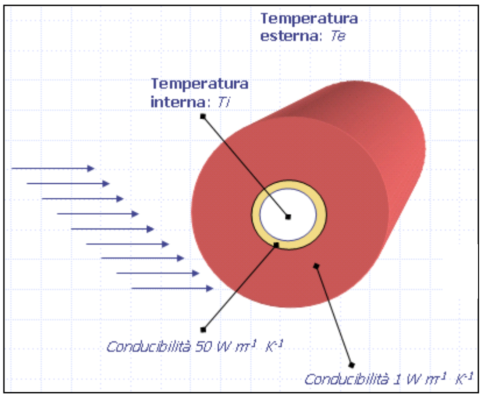
$$\dot{m} = \rho \cdot v \cdot A = 0.831 \cdot 8 \cdot \frac{3.14 \cdot \left(5.08 \cdot 10^{-2}\right)^2}{4} = 1.347 \cdot 10^{-2} \quad \frac{Kg}{s}$$

L'incremento di temperatura è quindi pari a:

$$\Delta T_b = \frac{q}{\hat{C}_p \dot{m}} = \frac{2 \cdot 92.5}{1.017 \cdot 1000 \cdot 1.347 \cdot 10^{-2}} = 13.5 \ ^\circ C$$

Esercizio 13 – Spessore minimo di isolante

Una tubazione adibita al trasporto di un liquido refrigerante è soggetta alle intemperie oltre ad una perdita di frigoria dovuta allo scambio termico con l'atmosfera. Per ovviare a questo problema si ricopre la tubazione in acciaio con uno strato di isolante. Calcolare lo spessore di isolante che minimizza le dissipazioni termiche. Si tenga presente che il coefficiente di scambio convettivo esterno è stimato *5W/m²/K.*



Soluzione

Minimizzare le dissipazioni termiche significa andare a massimizzare la resistenza termica in funzione dello spessore di isolante termico. Apparentemente si potrebbe immaginare che la soluzione a questo problema sia semplicemente avere uno spessore quanto più grande possibile, in modo tale da avere una resistenza alla conduzione termica nello strato di isolante sempre maggiore. Tuttavia aumentare lo spessore di isolante significa anche aumentare la superficie dell'isolante verso l'esterno: la potenza termica dissipata verso l'esterno grazie alla convezione forzata dipende strettamente da tale superficie per cui si tenderebbe ad aumentare la perdita di calore. Esisterà evidentemente uno spessore ottimale finito dello strato di isolante.

$$Q_{diss} = \frac{\Delta T}{R_{tot}}$$

$$R_{tot} = R_{tub} + R_{iso} + R_{est} = \frac{\ln \frac{r_A}{r_{tubo}}}{2\pi L k_{tub}} + \frac{\ln \frac{r_A + s_{iso}}{r_A}}{2\pi L k_{iso}} + \frac{1}{h_E S_E}$$

$$R_{tot} = \frac{\ln \frac{r_A}{r_{tubo}}}{2\pi L k_{tub}} + \frac{\ln \frac{r_A + s_{iso}}{r_A}}{2\pi L k_{iso}} + \frac{1}{h_E \cdot 2\pi \left(r_A + s_{iso}\right) \cdot L} = \frac{1}{2\pi L}\left(\frac{\ln \frac{r_A}{r_{tubo}}}{k_{tub}} + \frac{\ln \frac{r_E}{r_A}}{k_{iso}} + \frac{1}{h_E \cdot r_E}\right)$$

E' sufficiente calcolare la derivata prima della resistenza totale rispetto al raggio esterno dello strato di isolante e imporre che sia uguale a zero per ottenere il valore dello spessore che massimizza la resistenza:

$$\frac{dR_{tot}}{dr_E} = \frac{1}{2\pi L}\left(\frac{1}{k_{iso} r_E} - \frac{1}{h_E \cdot r_E^2}\right)$$

$$\boxed{r_E = \frac{k_{iso}}{h_E}}$$

$$\boxed{s_{iso} = r_E - r_A = \frac{k_{iso}}{h_E} - r_A}$$